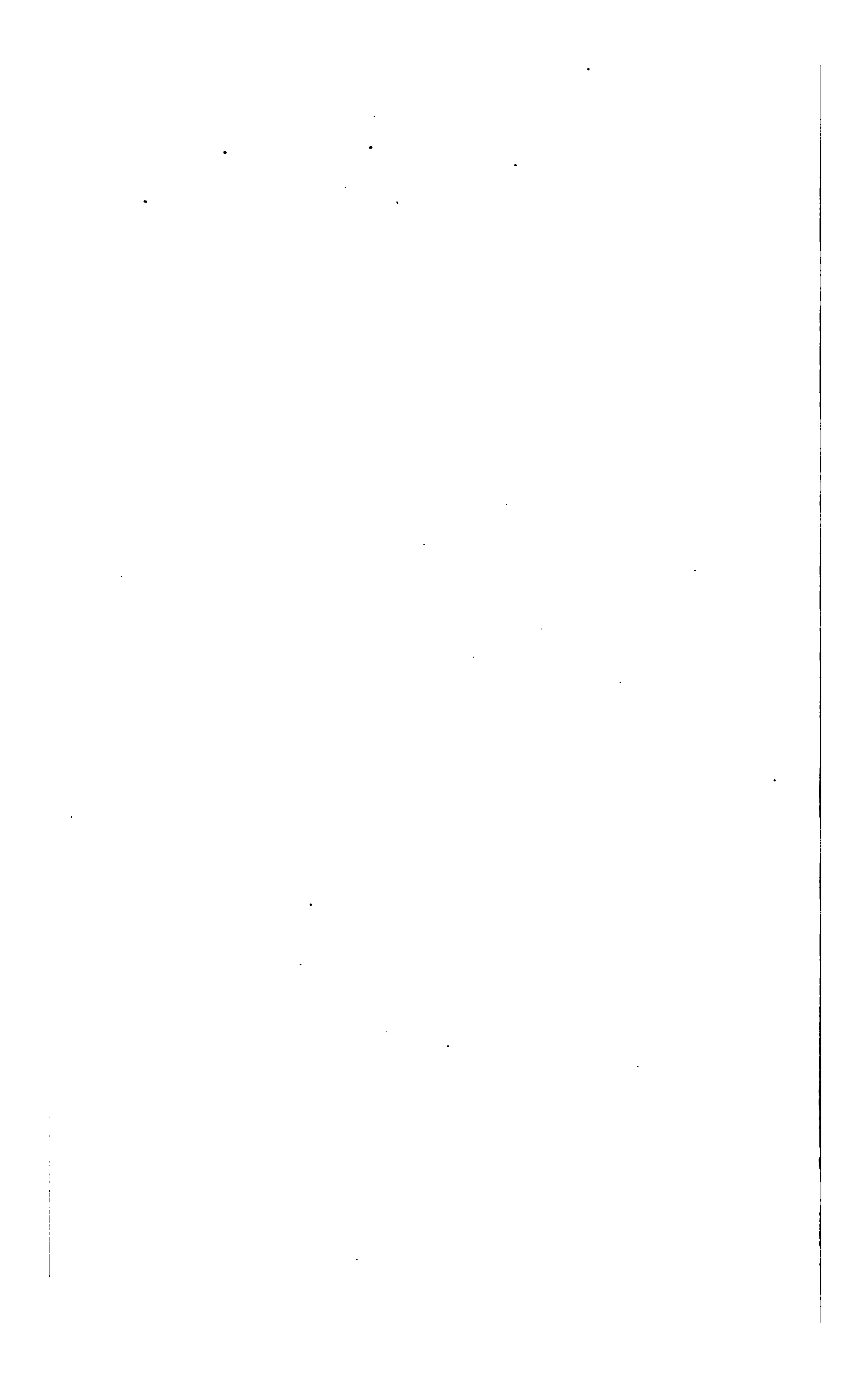








ZUR

THEORIE

DES

MAGNETISMUS.

Von

Paul Wolfgang Haecker.

NÜRNBERG.
J. LUDW. SCHMID'S VERLAG.
1856.



Druck von Fr. Campe & Sohn.

Vorrede.

Ich überliefere hiemit dem Publikum einen Beitrag zur Theorie des Magnetismus, welche als ein spezieller Theil der Lehre desselben, das Gesetz enthält, nach welchem sich die magnetischen Erscheinungen zu erkennen geben. Ich konnte dabei nicht von einem bekannten Gesetz oder Princip ausgehen, sondern es ist vielmehr der Zweck des Gegenwärtigen, aus der Natur dasselbe durch die Versuche nachzuweisen. Wenn man jedoch aus der Erfahrung ein noch unbekanntes Gesetz nachweisen will, so mufs gezeigt werden, dafs die Erscheinungen in allen Fällen, wo sie statt finden und sich wiederholen, nach demselben Gesetz erfolgen, wodurch unserer Vernunft die Wahrheit desselben aufgedrungen wird, was durch die vielen angeführten mit einander übereinstimmenden Versuche geschehen ist.

Da das Gesetz des Magnetismus von allen bisherigen Gesetzen, wornach mechanische Wirkungen erfolgen, abweicht, so werden mit demselben auch neue Lehren und neue Begriffe in die Wissenschaft eingeführt, und die Form der Gleichungen, sowie der Inhalt derselben, ist daher von denen in der Mechanik verschieden.

In der Statik und Dynamik lassen sich alle Sätze aus der Geometrie a priori beweisen, und man fängt in der Lehre der Mechanik damit an, dafs man von allgemeinen Vernunftprinzipien ausgeht, und nachher durch die Versuche beweist, dafs die Wirkungen so sind und sogar so sein

müssen. Ganz anders verhält es sich bei der Lehre über das Gesetz des Magnetismus, wo man erst aus der Erfahrung nachweist, daſs dieses Gesetz vorhanden ist, und wo die Vernunft dessen unbedingte Nothwendigkeit weder beweisen noch begreifen kann. Es ist daher auch die mathematische Behandlung der Lehre des Magnetismus von derjenigen in der Mechanik verschieden, weil man bei letzterer die Gründe deutlich einsieht, während man bei ersterer immer untersuchen muſs, ob die Sätze auch mit der Erfahrung übereinstimmen, und sich nothwendigerweise aus dem Gesetz des Magnetismus ergeben.

Ich thue mir besonders darauf etwas zu gute, daſs diese Lehre keine Hypothese enthält, sondern alles aus den Versuchen abgeleitet und bestimmt wird, wobei nur Wirkungen betrachtet werden, welche von der Vorstellung des Wesens der magnetischen Kraft ganz unabhängig sind.

Die vorgetragenen Lehrsätze lassen sich aus den Gesetzen und Lehren der Mechanik nicht erklären, noch wird der Sinn der Gleichungen dadurch begreiflich. Es müssen daher die Versuche durchgegangen, und die Art und Weise, wie sich die Gleichungen aus denselben entwickeln, und was sie ausdrücken, genau geprüft und verstanden werden. Eine Hauptsache dabei ist die deutliche Auffassung der Gleichungen für die Bestimmung der Gröſse des Magnetismus, sowie derjenigen für die Bestimmung des Gleichgewichts der magnetischen und der Massenmomente. Ich habe gefunden, daſs diejenigen, welche die magnetischen Functionen aus den Lehren der Mechanik erklären wollten, sich so verwirrten, daſs sie sich auch in den einfachsten Thatsachen und Verhältnissen nicht mehr zurecht finden konnten und blos deswegen, weil sie die Mühe scheuten, sich einen deutlichen Begriff zu erwerben über die Art und Weise, wie der Magnetismus wirkt, und zu untersuchen, was weiter daraus folgt.

Das Gesetz des Magnetismus wurde von mir schon vor 14 Jahren veröffentlicht, es ist aber nicht derjenige Gebrauch davon gemacht worden, den ich erwartete; der Grund liegt aber darinnen, daſs man das Gesetz des Magnetismus nicht für allgemein hielt, und daſs die Mathematik so lange nichts über die magnetischen Momente lehren kann, als die erforderlichen Erfahrungssätze dafür mangeln.

Es konnten im Gegenwärtigen nicht alle meine Versuche angeführt werden, sondern nur diejenigen, welche das Gesetz des Magnetismus deutlich vor Augen legen und das Fundament der Lehre desselben bilden. Aus diesem Grunde konnte ich die Resultate der Versuche, welche den Zusammenhang der Wärme, der Electrizität und des Lichtes mit dem Magnetismus nachweisen, sowie noch einige unbekannte Eigenschaften der magnetischen Körper, wegen ihrer Weitläufigkeit nicht mit aufnehmen; ich werde sie jedoch später bekannt machen.

Nur durch die Versuche mit groſsen Magneten wurde es mir möglich das Gesetz des Magnetismus aufzufinden, weil hier die Uebergänge in den Erscheinungen sich deutlicher darstellen, und die Bestimmungen der Gröſsen weit sicherer sind, als bei kleinen Magneten. Es erforderte jedoch sechs Jahre Zeit, ehe ich dasselbe nachweisen konnte, und wiederum verstrichen von da an fünf Jahre, ehe es mir gelang, das Tragvermögen der Magnetstäbe so nahe zu bestimmen, daſs dasselbe aus ihrer Schwingungsdauer aufgefunden werden konnte.

Aus dem Vorgetragenen wird man finden, daſs das Verhältniſs der erdmagnetischen Intensitäten an den verschiedenen Orten erst genauer bestimmt werden muſs, ehe sich eine richtige Theorie des Erdmagnetismus bilden kann, auch wird man finden, wie viel für den Magnetismus zu thun übrig bleibt, wenn diese Wissenschaft den hohen Rang einnehmen soll, zu welchem sie bestimmt ist.

Ich habe sehr einfache Versuche angegeben, durch welche die Wahrheit meiner Lehre geprüft werden kann, auch sind die Resultate derselben in so einfachen Verhältnissen dargestellt, dafs die wichtigen Wahrheiten, welche in dem Gesetz des Magnetismus enthalten sind, leicht erkannt, und — wenn auch erst in künftigen Zeiten — zur Erweiterung der Wissenschaft und einer höheren Kenntnifs der Naturkräfte beitragen werden.

Nürnberg, den 1. Mai 1856.

Der Verfasser.

Allgemeine Eigenschaften des Magnetismus.

Den Inbegriff von gewissen sehr merkwürdigen Eigenschaften, deren wichtigste sogleich zur Sprache gebracht werden, heifst man Magnetismus und Körper, welche dieselben besitzen, Magnete. Es gibt nicht gar viele Körper, welche Magnete sein können. Unter ihnen ist besonders bemerkenswerth das den Mineralogen unter dem Namen Magneteisenstein bekannte Eisenerz, indem solches von Natur aus ein Magnet ist und defswegen auch von den Physikern natürlicher Magnet genannt wird.

Ferner der Stahl, in welchem man durch gewisse Operationen den Magnetismus als bleibend hervorrufen kann und die so gefertigten Magnete werden künstliche permanente Magnete oder kurzweg Magnete genannt, weil gewöhnlich in den physikalischen Schriften, und so auch in vorliegender, nur von diesen die Rede ist. Endlich kann auch noch Eisen, jedoch nur auf so lange, als die den Magnetismus hervorrufenden Zustände andauern, magnetisch werden und solche Eisenmagnete können künstliche momentane Magnete heifsen. Chrom, Kobalt, Mangan, Nickel und Palladium nehmen, ähnlich dem Stahl, bleibenden Magnetismus an, jedoch nicht in sehr hohem Grade.

Ein Magnet zieht Eisen an und hält es fest, es vermag derselbe ein Stück Eisen bis zu einem bestimmt grofsen Gewicht zu tragen, und diese Eigenschaft in besonderer Beziehung auf die Gewichtsgröfse wird das Tragvermögen des Magneten genannt. Es ergibt sich durch die aus Lehrbüchern bekannten und leicht anzustellenden Versuche bald, dafs das Tragvermögen eines Magnetes an zwei Stellen, die man seine Pole heifst, am gröfsten ist, dafs ferner das Tragvermögen um so kleiner ausfällt, je weiter man sich in der Verbindungslinie der beiden Pole (in der sogenannten Axe des Magnets) von diesen entfernt, bis man an eine Stelle gelangt, welche, so ziemlich in der Mitte liegend, ein Minimum von Tragkraft besitzt und Indifferenzzone heifst. Man beobachtet dabei ferner, dafs ein Magnet weit gröfsere Lasten festhält, wenn selbige

vermittelst eines prismatisch geformten Eisenstückes, das dem Magnet längs eines nicht allzu breiten möglichst ebenen Streifens berührt, angehängt ist, und dieses Stück Eisen heifst man den Anker des Magnets.

Hat ein Magnet die Form eines Stabes oder einer Nadel und ist er so eingerichtet, dafs er sich um eine durch seinen Schwerpunkt gehende vertikale Axe frei bewegen kann, so nimmt er eine bestimmte Richtung an, welche von Norden nach Süden geht und welche der magnetische Meridian genannt wird, der aber von dem geographischen Meridian, oder von der Mittagslinie, etwas abweicht; eine solche Magnetnadel heifst eine Declinations-Nadel. Bringt man eine solche Nadel aus dem magnetischen Meridian, so oscillirt sie so lange, bis sie wieder in demselben zur Ruhe kommt. Wenn bei einer Magnetnadel ihr Schwerpunkt genau in der Mitte liegt, und man versieht dieselbe in demselben mit einer feinen horizontalen Axe und hängt sie auf dieser frei beweglich in dem magnetischen Meridian auf, so wird auf der Nordhälfte der Erde der Nordpol, auf der Südhälfte derselben der Südpol von dem Erdmagnetismus angezogen, und sie nimmt eine Neigung gegen den Horizont an; eine solche Nadel wird eine Inclinations-Nadel genannt. Bringt man eine solche Nadel aus ihrer Neigung, so oscillirt sie ebenfalls so lange, bis sie wieder in der Neigungs-Linie zur Ruhe kommt. Mit den Schwingungen der Inclinations-Nadeln in der Vertikalebene werden wir uns aber in Gegenwärtigem nicht beschäftigen, sondern nur mit den Schwingungen der Declinations-Nadeln in der Horizontalebene.

Bringt man eine um irgend eine Axe leicht bewegliche Magnetnadel in die Nähe eines Magnets, nachdem man sich zuvor die Pole beider Magnete genau und ersichtlich bezeichnet hat, so bemerkt man sogleich, wie sich die Nadel mit ihrem Nordpol sehr kräftig in einer zur Axe des andern Magnets senkrechten Lage, gegen den Südpol des letztern wendet. Bewegt man die Nadel allmälig weiter gegen die Indifferenzzone hin, so wird die Lage derselben mehr und mehr schiefer und wenn beide Indifferenzzonen möglichst nahe sind, so haben beide Magnete parallelgerichtete Axen. Geht man weiter mit der kleinen Nadel über die Indifferenzzone des grofsen Magnets hinaus, so dreht sich jetzt der Südpol der Nadel gegen den Magnet hin und es wird der Winkel der beiden Axen immer gröfser, je weiter man fort geht, bis endlich die Nadel wieder, jetzt aber mit hingewendetem Südpol, senkrecht gegen den Magnet steht. Stellt man die gleichnamigen Pole zweier beweglicher Nadeln gegen einander, so drehen sie sich beide augenblicklich so, dafs zwei ungleichnamige Pole zusammen stehen, wefshalb man auch sagt, gleichnamige Pole stofsen sich ab, sie sind feindschaftliche, ungleichnamige ziehen sich an und sind freundschaftliche.

Aus diesem allen folgt einerseits, dafs das Wesen des Magnetismus in den beiden Polen am offenbarsten zu Tage tritt und zugleich aber auch, dafs die Pole desselben Magnets in ihren Eigenschaften gewissermafsen im Gegensatz stehen. Man dachte sich defshalb das Wesen des Magnets dual, ob mit Recht oder Unrecht, mag hier vor der Hand unentschieden bleiben, dafs aber in den Polen nicht gerade hauptsächlich der Sitz des magnetischen Zustandes ist, geht daraus hervor, dafs, wenn man einen Magnet in Stücke theilt, jedes Stück ein selbstständiger Magnet ist; diese Theilmagnete haben ihre gleichnamigen Pole, alle an den Enden, die mit dem gleichnamigen Pol des ganzen Magnets nach einer Seite hin gerichtet sind.

So lange Eisen und in geringerem Maafse auch Stahl in der Nähe oder noch besser in unmittelbarer Berührung zum Magnet steht, zeigen sie sich selbst magnetisch und haben ihre Pole so, dafs der mit dem Magnetpol ungleichnamige in seiner Nähe steht. Weiches Eisen ist aber nur momentan magnetisch, d. h. so lange es mit dem Urmagnet in besagter Verbindung steht, wird diese aufgehoben, so wird es wieder gänzlich unmagnetisch. Stahl dagegen behält den empfangenen Magnetismus, zumal wenn Stahl mit dem Magnet auf zweckgemäfse Weise bestrichen wurde, auf welche Weise denn auch die künstlichen Magnete erzeugt werden.

Die Eigenschaft des Magnets, Eisen anzuziehen, war schon den Griechen 600 Jahre vor unserer Zeitrechnung bekannt, jedoch die Eigenschaft der Magnetnadel, die Richtungen nach der Mittagslinie zu nehmen und der Gebrauch des Seecompasses war ihnen unbekannt. Die Entdeckung der Richtung des Magnets fällt in die dunkelste Periode des mittleren Zeitalters, und es mangeln uns alle zuverlässigen Nachrichten darüber; man will jedoch aus den Versen des Dichters Guyot von Provins, der sich im Jahre 1181 mit bei dem Hoflager Kaiser Friedrichs I. zu Mainz befand, schliefsen, dafs der Compafs in der Schifffahrt schon um diese Zeit in Gebrauch war. Die Entdeckung der Neigung der Magnetnadel fällt noch später und soviel man weifs hat Robert Normann, ein englischer Seemann und Künstler, den ersten Neigungs-Compafs verfertigt, und nach Gilbert und Muschenbroek im Jahr 1576 zu London die Neigung der Nadel 71° 50′ nördlich damit beobachtet.

Die Gröfse der Last, welche ein Magnet trägt, und die Geschwindigkeit der Schwingungen, mit denen er oscillirt, bestimmen die Gröfse seines Magnetismus. Die Wirkungen desselben hängen nun ab von der Beschaffenheit, Bearbeitung, Gröfse und Form der Masse, und da diese sehr verschieden sein können, so findet eine grofse Mannigfaltigkeit in den Erscheinungen statt. Um daher zu untersuchen, nach welchem Ge-

satz die Wirkungen des Magnetismus erfolgen, wären viele Versuche erforderlich, weil jeder Versuch einen neuen Gegenstand der Beobachtung, nämlich einen neuen Magnet, erforderte.

Es würde jedoch unmöglich sein, zuverlässige Versuche über die Wirkungen des Magnetismus anzustellen, wenn man den Magneten nicht ein bleibendes Tragvermögen ertheilen könnte, so dafs derselbe immer unveränderlich und der Magnetismus constant bleibt, der Anker mag auch noch so oft von dem Magnet abgerissen werden. Nur dieser permanente Magnetismus ist immer darunter verstanden, wenn in Gegenwärtigem von dem Tragvermögen der Magnete die Rede ist, und nicht derjenige, welcher bedeutend schwächer wird, wenn man den Anker mehremale von dem Magnet abreifst. Ob nun gleich der Magnetismus einer Masse unveränderlich bleibt, so mufs man doch die Umstände, welche denselben vermindern, genau kennen.

Man darf einen Magnet nicht erhitzen, man darf ihn nicht fallen lassen, durch Schlagen oder Stofsen erschüttern, denn jede Erschütterung in ungeschlossenem Zustande ist ihm mehr oder minder nachtheilig. Man darf ihn nicht auf einem oder mit einem harten, rauhen Körper reiben; ebensowenig darf man ihn auf Eisen legen oder über seine Schenkel mit einem Eisen streichen. Hat man mehrere Magnete, so ist die gröfste Aufmerksamkeit erforderlich, dafs sie immer hinlänglich weit von einander entfernt sind; die Unterlassung dieser Vorsicht schwächt den Magnetismus derselben, und für Magnete, welche zu Maafsbestimmungen dienen, hat dieses die nachtheiligsten Folgen.

Das Anlegen des Ankers, obgleich nicht immer unumgänglich nothwendig, ist zu empfehlen; ganz überflüssig ist es aber, den Magnet immer belastet zu erhalten.

Wenn wir hier der Eigenschaften der Magnete erwähnen, so sind damit nur vollkommene und fehlerfreie Magnete verstanden. In Schriften, welche über Magnetismus handeln, ist häufig angeführt, dafs der Magnet durch jedesmaliges Abreifsen des Ankers etwas an seiner Stärke verliert. Ist diefs der Fall, so ist derselbe fehlerhaft und nicht vollständig magnetisirt. Ebenso heifst es, dafs durch Rost der Magnet schwächer werde; allein wenn der Anker oder der Magnet oder gar alle beide rostig sind, so hat der Magnet nicht defswegen ein geringeres Tragvermögen, weil sein Magnetismus schwächer geworden ist, sondern weil durch den Rost die genaue metallische Berührung unterbrochen ist; denn werden die rostigen Stellen blank gemacht, so äufsert der Magnet wieder sein früheres Tragvermögen. Der Anker so wie der Magnet rosten sehr gerne an den Stellen, wo sie sich berühren, und wenn derselbe stark belastet ist, so kann eine kleine Erschütterung machen, dafs er

abfällt. Dieses Abfallen der Anker rührt, wenn man es genau untersucht, immer von mechanischen und ganz einfachen Ursachen her, und weil man die Bedingungen, unter welchen ein Magnet sein vollkommenes Tragvermögen äufsern kann, aufser Acht liefs, so hat man es andern Ursachen zugeschrieben, als z. B. dem Einflufs der Kälte, der Beschaffenheit der Atmosphäre etc. Ja, der Hang zum Wunderbaren hat sogar das Abfallen der Anker mit der Cholera in Verbindung gebracht. Die Temperatur hat allerdings einen Einflufs auf die Magnete, allein derselbe ist so gering, dafs er nicht leicht aus dem Tragvermögen aufgefunden werden kann. Wie sich in die Lehrbücher der Physik die Bemerkung hat einschleichen können, dafs ein Magnet mehr trägt, wenn man an dem Anker Eisen anhängt, anstatt Messing, Kupfer oder Stein etc., ist *nicht* leicht abzusehen, da es ein Versuch sogleich widerlegt haben würde.

Der Magnet erlangt dadurch, dafs er durch das Abreifsen der Anker nichts an seiner Stärke verliert, und seine Wirkung immer constant bleibt, eine besondere Wichtigkeit. Eine magneto-electrische Maschine, die ich verfertigte, welche einen Magnet von 7 Pfd. Gewicht und 54 Pfd. Tragvermögen enthielt, welche oft 1 bis 2 Stunden in Thätigkeit war und womit destillirtes Wasser rasch zersetzt wurde, gab nach 3 Jahren noch die gleiche Menge von Gas.

Versuche über das Tragvermögen hufeisenförmiger Magnete.

Ehe wir zu den von uns zuerst gefundenen Resultaten bezüglich des Tragvermögens der Magnete übergehen, müssen wir die Umstände näher beachten, unter welchen die Versuche, aus denen jene hervorgingen, angestellt wurden:

Sämmtliche hier zur Sprache kommende Magnete waren Stahlmagnete in der bekannten Hufeisenform so geformt, dafs die beiden geradlinigten Schenkel parallel und ihre Polflächen möglichst in einer Ebene lagen, damit beide in gleicher Weise zum Tragen verwendet sind. Sonst ist die Art der Krümmung, die Entfernung der beiden Schenkel u. dergl. von keinem Einflufs. Die Magnete bestanden aus einem einzigen Stück Stahl und waren nicht aus Lamellen zusammengesetzt.

Der Anker war meistentheils ein flaches drei- oder vierseitiges Prisma aus weichem Eisen. Dafs derselbe in möglichst inniger metallischer Berührung mit den beiden Polflächen zu stehen hat, sich also weder Staub noch Rost, noch sonst ein fremdartiger Körper zwischen Anker und Polflächen vorfinden darf, ist besonders zu berücksichtigen.

Der Magnet wurde immer möglichst frei aufgehängt und zwar so, dafs sich die Berührungsebene des Ankers von selbst in eine horizontale Ruhelage bringen konnte. Jede Erschütterung ist bei Anstellung der Versuche auf's sorgfältigste zu vermeiden.

Ehe endlich ein Magnet auf sein Tragvermögen untersucht wurde, prüfte man ihn erst darauf, ob er auch den Magnetismus in möglichst hohem Grade habe, dadurch dafs man den Anker öfters abrifs und zusah, ob die Tragfähigkeit dabei constant blieb.

Unter Beobachtung solcher Umstände fanden wir folgende Resultate:

Gewicht Lth.	1⅛	1⅛	1¼	1⅜	1¼	1¼	1⅛	1⅜	1½	
Tragvermögen Lth.	16	20	33	20	33	36	40	57	56	
Gewicht Lth.	1¾	2	2⅛	2¼	2¼	2½	2	3	3¼	
Tragvermögen Lth.	60	62	68	57	70	54	16	64	80	
Gewicht Lth.	3¼	3½	3½	4	4	4¼	4¾	5¼		
Tragvermögen Pfd.	3	3	2½	3⅜	2¾	3	3¾	4		
Gewicht Lth.	5½	6¼	6⅗	7¼	8½	8¾	10	10½	10½	
Tragvermögen Pfd.	3½	4½	4⅛	5¾	5½	5½	6¼	6	5⅝	
Gewicht Lth.	10	12	12½	12¼	13	14	16½	17½	24	
Tragvermögen Pfd.	4¼	7	6¼	6¾	7½	7	8¾	8¼	10¾	
Gewicht Lth.	26½	28	28	32	32	36	40¼	44	36	40
Tragvermögen Pfd.	11	12½	12½	11	9	10	12¼	14	14½	15
Gewicht Pfd.	1¾	2	2¼	2½	2¾	3	3	3¼	4	
Tragvermögen Pfd.	20	21	20½	26	25	27	29	28	30	
Gewicht Pfd.	4¼	4½	5	5½	6¼	6½	7	8	8¼	
Tragvermögen Pfd.	33	36	39	40	44½	48	50	56	56	
Gewicht Pfd.	8¼	8½	8	8¼	8¼	8	9	9¾	10	10½
Tragvermögen Pfd.	42	42	46	46	50	56	50	62	52	52
Gewicht Pfd.	10¼	11	12	12½	14	14½	16	16¼		
Tragvermögen Pfd.	64	63	65	75	78	78	84	82		
Gewicht Pfd.	16½	17½	18	18¼	20½	22¼	24½	28		
Tragvermögen Pfd.	81	89	90	90	100	106	112	124		
Gewicht Pfd.	30¼	34¾	38	40						
Tragvermögen Pfd.	125	140	144	150						

Das Tragvermögen sämmtlicher Magnete würde jedoch viel gröfser sein, wenn der Anker nach dem Magnetisiren von denselben nicht absichtlich mehrmale abgerissen worden wäre. Geschieht dieses nicht, so ist die Wirkung des Magnetismus nicht constant, sondern nur vorübergehend. Es ist dieses auch leicht begreiflich. Denn bei dem Magnetisiren wirkt nicht blos der gestrichene Magnet, sondern auch der streichende auf den Anker ein, wodurch die magnetische Spannung in diesem auf eine Art verstärkt wird, die nicht mehr bestehen kann, so wie der

Anker abgerissen und dadurch die Wirkung des Strichmagnets vernichtet wird. Um daher einen Magnet zu prüfen, mufs man den Anker wenigstens ein halb Dutzend Male von demselben abreifsen und dabei untersuchen, ob er immer gleiche Last trägt. Vorstehende Versuchsreihe ist zahlreich genug, um uns eine Einsicht in die Wirkungsweise des Magnetismus zu gewähren. Es ergibt sich daraus, dafs nicht alle Magnete von einerlei Gewicht gleiches Tragvermögen besitzen, aber doch mit hinreichender Bestimmtheit, dafs bei aller Regellosigkeit, welche sich zu erkennen gibt, das Tragverhältnifs, d. h. das Verhältnifs des Tragvermögens zum Gewicht, bei zunehmender Masse abnimmt. Um daher noch mehr Sicherheit und eine gröfsere Ueberzeugung darüber zu erlangen, so wurden mit der gröfsten Sorgfalt noch mehre kleinere Magnete verfertigt.

Gewicht Lth.	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{48}$
Tragvermögen Lth.	$\frac{50}{32}$	$2\frac{1}{2}$	4	7	8	$9\frac{1}{4}$	10	$10\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$
Gewicht Lth.	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$				
Tragvermögen Lth.	13	20	17	27	42				

Hier zeigt sich die Abnahme des Tragverhältnisses bei zunehmender Masse augenscheinlich. Da ich mich nun Jahre lang aber immer vergeblich bestrebte, die grofsen Magnete auf das gleiche Tragverhältnifs der kleinern zu bringen, die Natur aber immer nach bestimmten Gesetzen auf die einfachste Weise wirkt, so verwickelt uns auch die Verhältnisse scheinen mögen, so ermunterte mich dieses, das hiebei obwaltende Gesetz aufzusuchen. Zu diesem Zwecke wurden die stärksten der von mir verfertigten Magnete ausgewählt und deren Tragvermögen sorgfältig bestimmt. Auf diese Weise gelangte ich zu folgenden Resultaten:

Bezeichnet n das Tragverhältnifs des Magnets, daher sein Tragvermögen im Verhältnifs zu seinem Gewicht $= 1$,

p die Masse oder das Gewicht des Magnets, so hat man stets $a = n . \sqrt[3]{p}$ oder in Logarithmen

$$\log a = \log n + \tfrac{1}{3} \log p,$$

wobei a eine constante Gröfse vorstellt, welche das Tragverhältnifs eines Magnets von der Gewichtseinheit bedeutet. Bezeichnet man das Tragvermögen durch z, und setzt man $\frac{z}{p}$ für n, so erhält man

$$z = a \sqrt[3]{p^2} \text{ oder } a = \frac{z}{\sqrt[3]{p^2}}.$$

Im Folgenden wird daher für den Werth von n immer das Wort Tragverhältnifs, für den Werth von z das Wort Tragvermögen gesetzt, das Wort Kraft wird hier aber als ein unklarer Ausdruck gänzlich vermieden.

Nach den oben angegebenen Formeln wurde nun das Tragverhältniſs und das Tragvermögen folgender Magnete bestimmt:

Gewicht		Tragvermögen		Tragverhältniſs			log a
$\frac{1}{120}$	Loth	$\frac{59}{32}$	Loth	das	190	fache	1,581
$\frac{1}{64}$	„	$2\frac{1}{2}$	„	„	160	„	1,602
$\frac{1}{32}$	„	4	„	„	128	„	1,605
$\frac{1}{16}$	„	7	„	„	112	„	1,648
$\frac{1}{12}$	„	8	„	„	96	„	1,681
$\frac{1}{10}$	„	$9\frac{1}{4}$	„	„	92	„	1,630
$\frac{1}{9}$	„	10	„	„	90	„	1,636
$\frac{1}{8}$	„	$10\frac{1}{2}$	„	„	84	„	1,633
$\frac{7}{48}$	„	$11\frac{1}{2}$	„	„	79	„	1,629
$\frac{1}{6}$	„	13	„	„	78	„	1,633
$\frac{1}{3}$	„	21	„	„	63	„	1,640
$\frac{1}{4}$	„	17	„	„	68	„	1,631
$\frac{1}{2}$	„	27	„	„	54	„	1,632
$\frac{3}{4}$	„	36	„	„	48	„	1,640
$1\frac{3}{8}$	„	57	„	„	41	„	1,658
$2\frac{1}{4}$	„	70	„	„	31	„	1,608
$3\frac{1}{4}$	„	96	„	„	$27\frac{1}{2}$	„	1,642
4	„	108	„	„	27	„	1,631
$5\frac{1}{4}$	„	4	Pfund	„	$24\frac{1}{8}$	„	1,628
$6\frac{1}{4}$	„	$4\frac{1}{2}$	„	„	23	„	1,634
$7\frac{1}{4}$	„	5	„	„	21,7	„	1,631
$8\frac{1}{2}$	„	$5\frac{1}{2}$	„	„	20,70	„	1,635
10	„	$6\frac{1}{4}$	„	„	20	„	1,635
12	„	7	„	„	18,66	„	1,632
13	„	$7\frac{1}{2}$	„	„	18,46	„	1,638
$16\frac{1}{2}$	„	$8\frac{3}{4}$	„	„	17,27	„	1,636
24	„	$10\frac{3}{4}$	„	„	14,33	„	1,645
28	„	$12\frac{1}{2}$	„	„	14,30	„	1,636
$1\frac{1}{4}$	Pfund	$15\frac{1}{4}$	„	„	12,20	„	1,627
$1\frac{3}{4}$	„	20	„	„	11,43	„	1,642
$2\frac{1}{2}$	„	26	„	„	10,40	„	1,652
3	„	29	„	„	9,66	„	1,642
$4\frac{1}{2}$	„	36	„	„	8	„	1,623
5	„	39	„	„	7,80	„	1,629
$6\frac{1}{4}$	„	48	„	„	7,40	„	1,641
7	„	50	„	„	7,14	„	1,638
8	„	56	„	„	7	„	1,647
$9\frac{3}{4}$	„	62	„	„	6,37	„	1,635

Gewicht	Tragvermögen	Tragverhältnifs	log a
10¼ Pfund	64 Pfund	das 6,27 fache	1,635
12½ „	75 „	„ 6 „	1,645
14 „	78 „	„ 5,60 „	1,629
16 „	84 „	„ 5,25 „	1,623
17½ „	89 „	„ 5,09 „	1,626
18 „	90 „	„ 5 „	1,632
20½ „	100 „	„ 4,85 „	1,633
22¼ „	106 „	„ 4,75 „	1,628
24½ „	112 „	„ 4,57 „	1,623
28 „	124 „	„ 4,43 „	1,629
34¾ „	140 „	„ 4,03 „	1,621
40 „	150 „	„ 3,75 „	1,610

Diese Versuche sind von einem solchen Umfang und die Werthe von a stimmen so nahe überein, dafs daraus deutlich erkannt wird, dafs das Tragverhältnifs bei einerlei Werth von a in dem umgekehrten Verhältnifs zur Cubikwurzel der Masse steht, daher in eben demselben Verhältnifs abnimmt, als die Cubikwurzel der Masse zunimmt, woraus folgt, dafs das Tragvermögen im directen Verhältnifs zu dem Quadrat der Cubikwurzel der Masse steht. Es läfst sich daher an der Wahrheit des aufgefundenen Gesetzes nicht zweifeln.

Aus diesen Versuchen hat sich ferner ergeben, dafs innerhalb gewisser Gränzen das Tragvermögen von der Form ganz unabhängig ist. Denn die berechneten Magnete sind einander in der Form sehr unähnlich; so haben die zwei Magnete von 28 Lth. gleiches Tragvermögen von 12½ Pfd.; die Länge des Schenkels des einen Magnets ist 8 Zoll; die Länge des Schenkels des andern 4½ Zoll. Die zwei Magnete von 6½ Pfd. Gewicht haben ebenfalls gleiches Tragvermögen von 48 Pfd. Die Länge der Schenkel des einen ist 9 Zoll und sein Querschnitt ist quadratisch, die Länge der Schenkel des andern ist 17 Zoll und derselbe ist flach geschmiedet, so dafs sich die Dicke zur Breite wie 2 zu 5 verhält. Ebensowenig hat die Entfernung der Pole einen Einflufs; bei dem ersten sind sie 4 Zoll, bei dem zweiten 2 Zoll von einander entfernt.

Weil die Stärke eines Magnets aufser der Art der Magnetisirung noch von der Auswahl des Stahls und dessen Bearbeitung abhängt, so habe ich Versuche angestellt, ob das Tragvermögen der Magnete, wie ich es gefunden hatte, nicht noch vergröfsert werden könne.

Ich erhielt dadurch folgende zwei Versuchsreihen:

Gewicht	Tragvermögen	Tragverhältnifs	log a
$\frac{1}{10}$ Loth	13½ Loth	das 135 fache	1,74700
$\frac{1}{8}$ „	16 „	„ 128 „	1,79970

Gewicht	Tragvermögen	Tragverhältnifs	log a
$\frac{1}{6}$ Loth	19 Loth	das 114 fache	1,79755
$\frac{1}{2}$ „	40 „	„ 80 „	1,80275
$\frac{3}{4}$ „	54 „	„ 72 „	1,79863
$1\frac{1}{8}$ „	60 „	„ 53,33 „	1,79520
$2\frac{1}{2}$ „	114 „	„ 45,60 „	1,79162
$4\frac{1}{2}$ „	174 „	„ 38,66 „	1,80509
8 „	240 „	„ 30 „	1,77815
17 „	400 „	„ 23,51 „	1,78176
$1\frac{1}{8}$ Pfund	21 Pfund	„ 18,66 „	1,78985
$1\frac{1}{2}$ „	26 „	„ 17,33 „	1,79930
2 „	30 „	„ 15 „	1,77815
$2\frac{1}{2}$ „	35 „	„ 14 „	1,78051
3 „	41 „	„ 13,66 „	1,78571
24 „ in 7 Lamellen.	144 „	„ 6 „	1,73994

Gewicht	Tragvermögen	Tragverhältnifs	log a
$\frac{1}{60}$ Loth	$4\frac{5}{6}$ Loth	das 290 fache	1,86968
$\frac{1}{20}$ „	10 „	„ 200 „	1,86736
$\frac{1}{10}$ „	16 „	„ 160 „	1,87079
$\frac{1}{8}$ „	18 „	„ 144 „	1,85733
1 „	74 „	„ 74 „	1,87923
4 „	188 „	„ 47 „	1,87286
8 „	296 „	„ 37 „	1,86923
16 „	472 „	„ 29,50 „	1,87120
1 Pfund	$23\frac{1}{4}$ Pfund	„ 23,25 „	1,86812
$1\frac{1}{4}$ „	25 „	„ 20 „	1,83505
$2\frac{3}{4}$ „	40 „	„ 14,55 „	1,81089
$3\frac{7}{8}$ „	50 „	„ 13 „	1,80872

Diese Versuche stimmen ebenfalls gut miteinander überein, so dafs die Wahrheit des Gesetzes nicht wohl bezweifelt werden kann.

Vergleichen wir nun die erhaltenen Werthe in den drei Versuchsreihen, so erhalten wir bei den drei Versuchsreihen bei den mittleren Werthen von log a = 1,63000
1,79000
1,78000 für das Tragverhältnifs

	von 1 Gran	1 Loth	1 Pfund	für das Tragverhältnifs = 1
bei Nr. 1	das 265fache	42,66fache	13,44fache	2425 Pfd.
bei Nr. 2	das 383 „	61,66 „	19,42 „	7325 „
bei Nr. 3	das 460 „	74,13 „	23,35 „	12730 „

Magnetisirt man einen Magnet mit vorgelegtem Anker und reifst man letztern nicht vom Magnet ab, so ist das Tragvermögen desselben viel gröfser, dasselbe vermindert sich jedoch bedeutend, so wie der Anker ein oder mehremal abgerissen wird. Ein Magnet aber, der durch das Abreifsen der Anker schwächer wird, hat überhaupt keinen Werth.

Aus dem Bisherigen wird es nun auch klar werden, wie sich das Tragvermögen eines Magnets summirt, der aus mehreren Lamellen zusammengesetzt ist. Vereinigt man nämlich m Magnete von gleichem Gewicht und gleichem Tragvermögen, zu einem einzigen Magnet, so ist das Tragvermögen desselben nicht m mal sondern nur $\sqrt[3]{m^2}$ mal gröfser. Dieses folgt schon aus dem aufgefundenen Gesetz und wird durch die Versuche bestätiget.

Von 7 Hufeisenmagneten die zusammen $17\frac{1}{2}$ Pfd. wogen, und wo im Durchschnitt jeder einzelne 22 Pfd. zog, war das Tragvermögen 79 Pfd., es ist aber $22 \times \sqrt[3]{7^2} = 80$ Pfd. Fünf Hufeisenmagnete, wo jeder $2\frac{3}{8}$ Pfd. wog und 25 Pfd. trug, wurden miteinander zu einem Magnet vereinigt; das Tragvermögen desselben war 73 Pfd., es ist aber $25 \times \sqrt[3]{5^2} = 73$. Drei Magnete, wovon zwei $7\frac{1}{2}$ Pfd. wogen und jeder 52 Pfd. trug, der mittlere aber $8\frac{1}{4}$ Pfd. wog und 56 Pfd. trug, wurden zu einem Magnet vereinigt; sein Tragvermögen war alsdann 110 Pfd. Hier ist der log von a oder das Tragverhältnifs eines Pfundes das 13,56 fache, die drei Magnete wogen zusammen $23\frac{1}{4}$ Pfd., daher ist

$$13{,}56 \times \sqrt[3]{23\tfrac{1}{4}^2} = 110 \text{ Pfd.}$$

Von 5 Magneten wog jeder einzeln

Nr.		Loth			Pfd.
Nr. 1	$9\frac{1}{2}$	Loth und zog			4 Pfd.
„ 2	10	„	„	„	$3\frac{1}{2}$ „
„ 3	11	„	„	„	4 „
„ 4	10	„	„	„	$3\frac{1}{2}$ „
„ 5	9	„	„	„	$3\frac{1}{2}$ „

Summe der Gewichte $49\frac{1}{2}$ Loth.

Summe des Tragvermögens der einzelnen Lamellen $18\frac{1}{2}$ Pfd.

Hier ist der log von dem Tragverhältnifs eines bayerischen Lothes oder von $a = 1{,}4109$.

Als Nr. 2, 3, 4 zu einem Magnet vereinigt wurden, so war das Tragvermögen $7\frac{3}{4}$ Pfd., als man Nr. 1 und 5 noch hinzufügte, so betrug das Tragvermögen $10\frac{1}{2}$ Pfd. Diese Versuche stimmen mit der Formel

$$z = a . \sqrt[3]{p^2}$$

genau überein, wenn man darin log a = 1,4109 setzt.

Aus dem Bisherigen ergibt sich:

1) Nicht alle Magnete von gleichem Gewicht besitzen gleiches Tragvermögen. Bei Magneten von gleichem Gewicht ist dasselbe verschieden, je nach der Beschaffenheit des Materials, sowie der Härtung des Stahls und seiner Bearbeitung. Hufeisenmagnete, die bei gleichem Gewicht gleiches Tragvermögen haben, haben auch gleiches Tragverhältnifs, der Magnetismus ihrer einzelnen Massentheile ist gleich grofs und sie haben gleiches magnetisches Verhalten. Hat aber ein Magnet mit einem andern gleiches Gewicht, und ist das Tragvermögen des ersteren gröfser als das des zweiten, so ist derselbe in dem Verhältnifs stärker magnetisch, als sein Tragvermögen gröfser ist. Da nun das Tragvermögen ein Mafs für die Gröfse des Magnetismus eines Magnets abgibt, so verhalten sich auch die Magnetismen zweier Magnete von gleichem Gewicht oder gleichem Volumen — wenn wir das spezifische Gewicht des Stahls bei den verschiedenen Magneten als gleich annehmen — wie ihre Tragvermögen.

2) Zwei Magnete von gleichem magnetischen Verhalten, deren einzelne Massentheile gleich stark magnetisch sind, die aber ungleiches Gewicht haben, haben auch ungleiches Tragvermögen, und zwar nimmt letzteres nicht im einfachen Verhältnifs mit dem Gewicht zu. Drückt man nämlich das Gewicht eines Magnets und sein Tragvermögen durch ein und dieselbe beliebig gewählte Gewichtseinheit aus, so ist der Quotient aus beiden Zahlen bei gleich tragfähigen Magneten keine constante, sondern eine immer mehr abnehmende Zahl, je gröfser das Gewicht wird. Nennen wir diesen Quotienten das Tragverhältnifs, so ergeben sich aus den beiden Gleichungen

$$a = n . \sqrt[3]{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

$$z = a . \sqrt[3]{p^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (II),$$

welche vermittelst der Versuche aufgefunden wurden, nachstehende Folgerungen. Bedeutet nämlich

a die Constante, welche die Gröfse des Magnetismus der Magnete bestimmt,
n das Tragverhältnifs eines Magnets,
z das Tragvermögen desselben,
p das Gewicht des Magnets,

so zeigt die Gleichung (I), dafs n oder das Tragverhältnifs in dem umgekehrten Verhältnifs zur Cubikwurzel des Gewichts steht, daher das Tragverhältnifs in demselben Verhältnifs abnimmt, als die Cubikwurzel aus dem Gewicht zunimmt. Aus der Gleichung (II), welche aus der Gleichung (I) folgt, ergibt sich, dafs z oder das Tragvermögen eines Magnets dem Quadrat der Cubikwurzel seines Gewichts bei gleichbleibendem Werthe von a proportional ist. Weil das Tragvermögen die

Summe der Wirkungen aller Massentheile ist, so ist dieselbe nicht dem Gewicht oder dem Volumen des Magnets, sondern nur dem Quadrat von der Cubikwurzel des Gewichts oder des Volumens proportional.

Aus der Gleichung

$$z = a . \sqrt[3]{p^2} \ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

ergibt sich ferner, dafs bei Magneten von verschiedenem Gewicht bei gleichem Werthe von a, wenn

p, p′ die Gewichte,
z, z′ die Tragvermögen

derselben bezeichnen, sich verhält

$$z^3 : z'^3 = p^2 : p'^2.$$

Es verhalten sich daher die Cuben der Tragvermögen der Magnete bei gleichem Werthe von a wie die Quadrate der Gewichte der Magnete. Bezeichnet s die Summe der Wirkungen aller einzelnen magnetischen Massentheile, so ist

$$s = z;$$

daher verhält sich auch

$$s^3 : s'^3 = p^2 : p'^2$$

oder die Cuben der Wirkungen aller magnetischen Massentheile verhalten sich wie die Quadrate der Gewichte der Magnete. Weil

$$z = a . \sqrt[3]{p^2} \ldots\ldots\ldots\ldots (II),$$

so ist auch

$$\frac{z^3}{a^3} = p^2$$

$$\sqrt{\frac{z^3}{a^3}} = p,$$

$$\sqrt{\frac{z'^3}{z^3}} = \frac{p'}{p}.$$

Die Constante a anlangend, ist sogleich zu bemerken, dafs ihre physikalische Bedeutung zu Tag tritt, wenn

$$p = 1$$

gesetzt wird, indem alsdann sowohl n als z = a wird, und daher a das Tragvermögen oder das Tragverhältnifs der Gewichtseinheit ausdrückt. Während demnach a die magnetische Wirkung hinsichtlich der Tragfähigkeit des Magnets von der Gewichtseinheit bedeutet, drückt z die Summe der Wirkungen sämmtlicher Gewichtseinheiten des Magnets vom Gewicht p aus. Im Uebrigen ist aber wohl zu berücksichtigen, dafs a im engen Zusammenhang mit den für z und p zu Grunde liegenden Gewichtseinheiten steht. Ist z. B. einmal dieselbe ein Pfund, so ist

$$a = \frac{z}{\sqrt[3]{p^2}}$$

und ist ein Loth die gewählte Gewichtseinheit, so ist für denselben Magnet

$$a = \frac{32 \, . \, z}{\sqrt[3]{32^2 . p^2}} = \sqrt[3]{32} \, . \, \frac{z}{\sqrt[3]{p^2}},$$

das heifst letzteres a ist im Verhältnifs der Cubikwurzel der Reductionszahl der neuen kleiner gewählten Gewichtseinheit gröfser. Wir haben ferner gesehen, dafs die Magnetismen der verschiedenen Magnete von verschiedenem Gewicht sich verhalten wie das Tragvermögen oder das Tragverhältnifs der Masseneinheiten von gleichem Gewicht. Bezeichnen wir nun diese Magnetismen mit m und m′, so verhält sich

3) $$m : m' = a : a'.$$

Es repräsentirt somit die Constante a in den Gleichungen (I) und (II) die Gröfse des Magnetismus der Magnete.

Der Gleichung

$$a = n \, . \, \sqrt[3]{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

können wir aber auch noch eine weitere Bedeutung für a abgewinnen. Es ergibt sich nemlich aus derselben, dafs bei gleicher magnetischer Beschaffenheit n blos vom Gewicht des Magnets abhängend, alle Werthe von

$$\infty \text{ bis } 0$$

annehmen kann. Wenn wir daher $n = 1$ setzen, so bestimmt die Gleichung

$$a^3 = 1 \, . \, p$$

das Gewicht des Magnets, welcher das Tragverhältnifs 1 hat, der also mit andern Worten sein eigenes Gewicht trägt, und bezeichnen wir dieses Gewicht mit P, so ist

4) $$1 = \frac{a}{\sqrt[3]{P}} \text{ oder}$$

$$\sqrt[3]{P} = a.$$

Es ist somit a die Cubikwurzel aus der Anzahl von den Gewichtseinheiten des Magnets vom Tragverhältnifs gleich Eins, und daher ist das Gewicht des Magnets, der eben so viel trägt als er schwer ist, der Cubus von a. Hieraus folgt, weil sich verhält

$$m : m' = a : a',$$

dafs sich auch verhält

$$m : m' = \sqrt[3]{P} : \sqrt[3]{P'};$$

es ist daher durch die Cubikwurzel aus der Anzahl der Gewichtseinheiten, welche der Magnet vom Tragverhältnifs gleich Eins enthält, jederzeit das Tragverhältnifs dieser Gewichtseinheit bestimmt.

Bei zwei Magneten von ungleicher magnetischer Beschaffenheit, aber von gleichem Gewicht verhält sich daher die Gröfse ihres Magnetismus, wie die Cubikwurzel aus den Voluminas, deren Tragverhältnifs die Einheit ist. Diese Volumina selbst aber verhalten sich nach 4) wie die Cuben der Tragverhältnisse (oder Tragvermögen) der Magnete von gleichem Gewicht. Das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus ihrer einzelnen Massentheile wird aber auch durch das Verhältnifs der Cubikwurzeln aus denjenigen Voluminas, welche gleiches Tragverhältnifs haben, bestimmt, weil sich diese Volumina ebenso zu einander verhalten, als wie die Volumina vom Tragverhältnifs $= 1$.

Bei Vergleichung der Gröfse des Magnetismus zweier Magnete ist es daher nicht nöthig, dafs sie gleich schwer sind, denn vermittelst der aufgefundenen Gleichungen

$$a = n \, . \sqrt[3]{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$
$$z = a \, . \sqrt[3]{p^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

folgt aus der Gleichung (I)

$$\frac{m}{m'} = \frac{a}{a'} = \frac{n \sqrt[3]{p}}{n' \sqrt[3]{p'}}$$

und aus der Gleichung (II)

$$\frac{m}{m'} = \frac{a}{a'} = \frac{z \sqrt[3]{p'^2}}{z' \sqrt[3]{p^2}}$$

und hieraus folgt wieder, wenn man $z = z'$ annimmt,

$$\frac{m}{m'} = \frac{\sqrt[3]{p'^2}}{\sqrt[3]{p^2}},$$

das heifst die Gröfse des Magnetismus zweier Magnete von verschiedenem Gewicht, aber von gleichem Tragvermögen verhalten sich umgekehrt wie die Cubikwurzeln aus den Quadraten ihrer Gewichte, und umgekehrt, wenn sich bei zwei Magneten von verschiedenem Gewicht die Magnetismen umgekehrt verhalten, wie die Cubikwurzeln aus den Quadraten ihrer Gewichte, so haben sie gleiches Tragvermögen.

Ferner wenn man annimmt, dafs $n = n'$ ist, so ist

$$\frac{m}{m'} = \frac{\sqrt[3]{p}}{\sqrt[3]{p'}},$$

das heifst, wenn zwei Magnete von verschiedenem Gewicht gleiches Tragverhältnifs haben, so verhalten sich ihre Magnetismen, wie die Cubikwurzeln aus ihren Gewichten oder Voluminas.

Ist endlich $m = m'$, so ist

$$z' . \sqrt[3]{p^2} = z \, . \sqrt[3]{p'^2} \text{ oder } z : z' = \sqrt[3]{p^2} : \sqrt[3]{p'^2},$$

das heifst bei gleich starken Magneten von verschiedenem Gewicht verhalten sich die Tragvermögen, wie die Cubikwurzeln aus den Quadraten ihrer Gewichte, und umgekehrt, wenn dieses Verhältnifs bei zwei Mag-

neten von verschiedenem Gewicht stattfindet, so haben sie gleiche Magnetismen.

Diese verschiedenen Gesetze wollen wir an einigen Beispielen besser vor Augen legen.

1 Magnet von 3 Pfd. trägt 18 Pfd.
1 anderer „ 5 „ „ 35 „

Beim ersten Magnet ist	Bei dem andern Magnet ist
$p = 3$ Pfd.	$p' = 5$ Pfd.
$z = 18$ Pfd.	$z' = 35$ Pfd.
$n = \frac{z}{p} = 6$ Pfd.	$n' = \frac{z'}{p'} = 7$ Pfd.
$a = n . \sqrt[3]{p} = 6 \sqrt[3]{3}$	$a' = n' . \sqrt[3]{p'} = 7 . \sqrt[3]{5}$
$a = \frac{z}{\sqrt[3]{p^2}} = \frac{18}{\sqrt[3]{3^2}}$	$a = \frac{z'}{\sqrt[3]{p'^2}} = \frac{35}{\sqrt[3]{5^2}}$
$\log a = 0,93719$	$\log a = 1,07809$
$a = 8,653$	$a = 11,970$.

Hiebei ist aber das a, bezüglich des Pfundes, als Gewichtseinheit angegeben. Nimmt man das Loth als solches, so ist a gröfser und zwar, weil 32 Loth auf 1 Pfund gehen, im Verhältnifs von $\sqrt[3]{32}$ zu 1. Alsdann ist

$\log a = 1,43891$	$\log a = 1,57981$
$a = 27,473$	$a = 37,998$
also trägt 1 Pfund	also trägt 1 Pfund
8,653 Pfund	11,970 Pfund
und 1 Loth	und 1 Loth
27,473 Loth	37,998 Loth

Das Gewicht des Magnets, der das Tragverhältnifs 1 hat, der also sein eigenes Gewicht trägt, ist

$P = a^3 = 648$ Pfd. $\quad P' = a'^3 = 1715$ Pfd.

Die Magnetismen der betrachteten Magnete verhalten sich nach I

$$m : m' = a : a' = \sqrt[3]{P} : \sqrt[3]{P'} = 6 . \sqrt[3]{3} : 7 . \sqrt[3]{5}$$
$$= 8,653 : 11,970$$
$$= 1 \quad : \; 1,383$$

oder der erste hat ohngefähr den $^5/_7$ Theil der Stärke des zweiten.

Auf gleiche Weise findet man für zwei Magnete, die beide 1 Loth wiegen und wovon der eine 24 Loth und der andere 48 Loth trägt, dafs sich ihre Magnetismen wie 1 : 2 verhalten.

Das Tragverhältnifs des ersten ist 24 Loth,
„ „ „ zweiten „ 48 „

Soll der zweite auch das Tragverhältnifs 24 haben, so mufs sich verhalten nach II

$$1:2=\sqrt[3]{1}:\sqrt[3]{p'} \quad \text{hieraus} \quad p=2^3=8,$$

das heifst, wenn der zweite Magnet statt 1 Loth 8 Loth wiegen würde, so hätten beide Magnete gleiches Tragverhältnifs.

Endlich habe man diese Magnete:

Der eine wiegt 1 Loth und trägt 24 Loth,
„ andere „ 8 „ „ „ 96 „

Sind deren Magnetismen gleich oder nicht?

Nach III gilt für zwei Magnete, deren Magnetismen gleich sind, die Bedingung

$$z: z'=\sqrt[3]{p^2}:\sqrt[3]{p'^2}. \quad \text{Hier ist}$$
$$24:96 = 1 : \sqrt[3]{8^2},$$

somit ist die Bedingung erfüllt und beide Magnete haben gleiche Magnetismen.

Die oben bewiesenen Lehrsätze wollen wir, ihrer Wichtigkeit wegen, hier noch einmal kurz zusammen stellen:

1) Wenn sich die Tragverhältnisse der Magnete von verschiedenem Gewicht umgekehrt als wie die Cubikwurzeln aus ihrem Gewicht verhalten, so sind ihre Magnetismen gleich grofs;
2) haben Magnete von verschiedenem Gewicht gleiches Tragvermögen, so verhalten sich ihre Magnetismen umgekehrt wie die Cubikwurzeln der Quadrate dieser Gewichte;
3) haben Magnete von gleichem Gewicht verschiedenes Tragverhältnifs, so verhalten sich ihre Magnetismen wie die Cubikwurzeln aus denjenigen Voluminas, welche gleiches Tragverhältnifs haben, und diese Volumen verhalten sich wie die Cuben der Tragverhältnisse der Magnete von gleichem Gewicht.

Wie wir sehen sind bei dem Magnetismus alle Einheiten, bezüglich seiner Gröfse, Cubikwurzeln. Es ist ein ganz falscher Ausdruck, wenn man sagt: die magnetische Kraft nehme mit Zunahme der Masse ab; allerdings hat unter gleichen Umständen, oder bei gleicher Constante ein gröfserer Magnet ein geringeres Tragverhältnifs als ein kleinerer; da aber die Cuben der magnetischen Wirkungen dem Quadrat des Gewichts vom ganzen Magnet proportional sind, so wirkt der Magnetismus in einem Gran nach demselben Verhältnifs als wie in einem Centner.

Dieses Gesetz weicht von allen bisher bekannten Naturgesetzen ab, und seine Nothwendigkeit kann nicht aus den Gesetzen der Mechanik nach Gründen der Geometrie nachgewiesen und erklärt werden. Es möchten wohl defshalb trotz der Thatsachen, zu welchen die zahlreichen

und viele Jahre erfordernden Versuche geführt haben, und wozu, um so grofse Massen, wie die angegebenen, vollständig magnetisiren zu können, ganz neue Mittel aufgefunden werden mufsten, bei Vielen Zweifel über die Wahrheit der magnetischen Gesetze statt finden; vielleicht so lange

bis ein Magnet von 1 Pfund Gewicht 290 Pfund
„ „ „ „ 1 Centner „ 290 Centner

trägt, weil nach den Versuchen ein vier Gran schwerer Magnet 1190 Gran trug, mithin das 290fache Tragverhältnifs hatte.

Ueber die Schwingungsdauer geradliniger Magnetstäbe.

Um zu untersuchen wie sich die magnetischen Wirkungen bei der Schwingungsdauer geradliniger Magnetstäbe verhalten, so wurde die Schwingungsdauer folgender 7 Magnetstäbe beobachtet. Sie waren 16½ französische Zoll lang, 11 Linien breit und 3 bis 3½ Linien dick; ihr Gewicht ist bayerisches. Der Magnetismus dieser Stäbe ist nicht sehr stark, und sie wurden zu dem Endzwecke verfertiget, um eine gewisse Stahlsorte, hinsichtlich der Annahme des Magnetismus zu prüfen. Dieselbe hat sich jedoch dazu sehr ungeeignet befunden, allein hier kommt es nicht auf die Gröfse des Magnetismus, sondern hauptsächlich darauf an, dafs alle Stäbe möglichst gleich stark magnetisch sind.

Um die Schwingungen der Magnetstäbe zu beobachten, wurde folgendermafsen verfahren:

Es wurden von einem seidenen Bande von ohngefähr 8 Zoll Länge und einen halben Zoll Breite die beiden Enden so weit umgebogen und an dasselbe angenäht, dafs sie eine Hülle bildeten um die Stäbe hineinzustecken. Darauf wurden so viel einzelne Coconsfäden von der Länge von 8 Fufs mit einander verbunden, in der Mitte umgebogen und mit ihren beiden Enden vereiniget, dafs sie, an der Zimmerdecke an einer Schraube aufgehängt, hinreichend stark waren, um die Last zu tragen. In die Mitte der Biegung kam ein messingener Haken, an welchem das seidene Band, in dem die Magnete wie in einer Wage schwebten, in der Mitte aufgehängt wurde. Bei Beobachtung der Schwingungsdauer wurde immer aus 10 Schwingungen das Mittel genommen.

Nr.			wog		Loth	Schwingungsdauer		Secunden
Nr. 1	wog	34	Loth	Schwingungsdauer	19,60	Secunden
„ 2	„	35¼	„	„	19,90	„
„ 3	„	28¾	„	„	18,49	„
„ 4	„	31	„	„	19,39	„

Nr. 5	wog 35	Loth	Schwingungsdauer	20,56 Secunden
„ 6	„ $33\frac{1}{2}$	„	„	20,23 „
„ 7	„ $31\frac{1}{4}$	„	„	19,54 „

Es wurden nun die vier ersten Stäbe einer nach dem andern auf einander gelegt, und jedesmal ihre Schwingungsdauer beobachtet, und hernach wurden die drei letzten mit den vier ersten vereinigt. Die Schwingungsdauer der vereinigten Stäbe war folgende:

Nr. 1	34 Loth	Schwingungsdauer	19,60 Secunden
„ 2	$35\frac{1}{4}$ „	„	19,90 „
	$69\frac{1}{4}$ Loth	„	25,12 „
„ 3	$28\frac{3}{4}$ „	„	18,49 „
	98 Loth	„	28,18 „
„ 4	31 „	„	19,39 „
	129 Loth	„	31,23 „
„ 5	35 „	„	20,56 „
„ 6	$33\frac{1}{2}$ „	„	20,23 „
„ 7	$31\frac{1}{4}$ „	„	19,54 „
	$228\frac{3}{4}$ Loth	„	39,40 „

Da diese Stäbe nicht alle gleiches Gewicht und gleich grofsen Magnetismus besitzen, so wurde für jeden Versuch das mittlere Gewicht eines Stabes sowie dessen mittlere Schwingungsdauer gesucht, und letztere mit den Cubikwurzeln der Massen oder der Gewichte verglichen; auf diese Art wurden folgende Proportionen erhalten für die Verbindung:

$$\text{von Nr. 1, 2} \quad \sqrt[3]{34{,}62\ \text{Loth}} : \sqrt[3]{69{,}25\ \text{Loth}} = 19{,}75\ \text{Sec.} : 24{,}88\ \text{Sec.}$$

$$\text{von allen 7 Stäben} \quad \sqrt[3]{32{,}28\ \text{Loth}} : \sqrt[3]{228{,}75\ \text{Loth}} = 19{,}67\ \text{Sec.} : 37{,}64\ \text{Sec.}$$

u. s. f. also gibt die Rechnung:

von Nr. 1, 2	24,88 Secunden
„ „ 1, 2, 3	27,88 „
„ „ 1, 2, 3, 4	30,72 „
„ allen 7 Stäben	37,63 „

und die Versuche geben im Gegenhalt zur Rechnung:

bei Nr. 1 und 2	eine positive Differenz von	0,24 Secunden
„ „ 1, 2 und 3	„ „ „ „	0,30 „
„ „ 1, 2, 3 und 4	„ „ „ „	0,51 „
bei allen 7 Stäben	„ „ „ „	1,77 „

Aus diesen ersten Versuchen geht hervor, dafs sich in Stäben von gleicher Länge und Breite die Schwingungsdauer verhält wie die Cubikwurzeln der Massen oder der Gewichte.

Von diesen sieben Stäben wurden wieder sechs neuerdings magnetisirt; ihre Schwingungsdauer war folgende:

Nr. 1	35	Loth	Schwingungsdauer	22,31	Secunden
„ 2	33½	„	„	20,77	„
„ 3	31	„	„	19,23	„
„ 4	35¼	„	„	19,20	„
„ 5	28¾	„	„	18,—	„
„ 6	31¼	„	„	18,46	„
	194¾	Loth	„	36,62	„

Als diese 6 Stäbe sämmtlich auf einander gelegt wurden, war ihre Schwingungsdauer 36,62 Secunden,
durch die Rechnung erhält man 35,71 „

Obige sechs Stäbe wurden wiederholt magnetisirt; ihre Schwingungsdauer war wie folgt:

Nr. 1	31¼	Loth	Schwingungsdauer	17,38	Secunden
„ 2	35	„	„	22,15	„
„ 3	33½	„	„	19,81	„
„ 4	31	„	„	18,92	„
„ 5	28¾	„	„	17,62	„
„ 6	35¼	„	„	18,08	„

Hierauf wurden zwei Stäbe neben einander und die übrigen darauf gelegt.

Wurden Nr. 1 und 2 auf einander gelegt, so erhielt man eine Schwingungsdauer von 25,23 Secunden
wurden Nr. 3 und 4 darauf gelegt, so war die Schwingungsdauer 31,81 „
wurden nun Nr. 5 und 6 darauf gelegt, so war die Schwingungsdauer 36,19 „

Die Rechnung gibt eine Schwingungsdauer

für Nr. 1, 2	von 24,92	Secunden
„ „ 1, 2, 3, 4	„ 31,07	„
„ alle 6 Stäbe	„ 34,52	„

Die nämlichen sechs Stäbe wurden wiederum magnetisirt, ihre Schwingungsdauer war folgende:

Nr. 1	35¼	Loth	Schwingungsdauer	18,46	Secunden
„ 2	33½	„	„	20,07	„
„ 3	35	„	„	22,—	„
„ 4	31¼	„	„	17,81	„
„ 5	28¾	„	„	18,15	„
„ 6	31	„	„	18,92	„

Darauf wurden drei Stäbe neben einander und die drei übrigen darauf gelegt.

Wurden Nr. 1, 2, 3 neben einander gelegt, so erhielt man eine Schwingungsdauer von 28,50 Secunden.
Wurde Nr. 4, 5, 6 darauf gelegt so war die Schwingungsdauer 35,38 „

Durch die Rechnung erhält man eine Schwingungsdauer
für Nr. 1, 2, 3 von 29,11 Secunden
„ alle 6 Stäbe „ 34,96 „

Die Stäbe hatten sich durch das Härten etwas verzogen, sie konnten sich daher bei dem Neben- aud Aufeinanderlegen nicht vollkommen berühren, und der Magnetismus konnte dadurch nicht so stark als wie in eine compacte Masse wirken, aus diesem Grunde wurde daher auch der Einflufs der Breite auf die Schwingungsdauer, wobei die gröfste Differenz nur $\frac{1}{2}$ Secunde beträgt, aufser Acht gelassen. Allein ohngeachtet dieser Einwirkungen zeigt sich, dafs bei der Verschiedenheit und grofsen Ungleichheit, welche dem Querschnitt gegeben wurde, sich das aufgefundene Gezetz bei jedem Versuch mit grofser Evidenz herausstellt, und dafs die Uuterschiede in der Schwingungsdauer unter solchen Verhältnissen fast noch kleiner sind, als man erwarten sollte. Bezeichnen nun
p , P die Gewichte
t , T die Schwingungsdauer
zweier Magnetstäbe von gleicher Länge und von verschiedenem Gewicht, so erhalten wir bei gleichem Werthe von a oder bei gleich grofsem Magnetismus der Magnete die Proportionen

$$\sqrt[3]{p} : \sqrt[3]{P} = t : T$$
$$\sqrt[3]{p^2} : \sqrt[3]{P^2} = t^2 : T^2$$
$$p : P = t^3 : T^3.$$

Diese Versuche sind von grofser Wichtigkeit, weil sie zeigen, dafs die Wirkungen des Magnetismus bei der Schwingungsgeschwindigkeit nach eben demselben Gesetz erfolgen, als wie bei dem Tragverhältnifs.

Die Geschwindigkeit nimmt in ebendemselben Verhältnifs ab, als das Tragverhältnifs abnimmt, und beide nehmen in demselben Verhältnifs ab, als die Cubikwurzel aus der Masse zunimmt.

Um nun aber eine allgemeine Gleichung für die Schwingungsdauer der Magnete von verschiedener Länge und von verschiedenem Gewicht aufzufinden, ist es nothwendig, dafs man das Verhältnifs der Schwingungsdauer der Magnetstäbe bei verschiedener Länge gleichem Querschnitte und bei gleichem Werthe von a kennt. Allein dieses wird schon etwas schwieriger, weil sich nur dann aus der Vergleichung der Schwingungsdauer etwas bestimmen läfst, wenn die Constante a unver-

änderlich, oder der Magnetismus aller Stäbe gleich grofs ist, eine Bedingung, welche genau zu erfüllen, nicht in unserer Gewalt steht. Wir wollen jedoch immerhin untersuchen, welche Genauigkeit die Versuche gewähren, und welche Resultate dadurch erhalten werden. Es wurde daher die Schwingungsdauer folgender vier Magnetstäbe, von verschiedener Länge, bei quadratischem und fast gleichem Querschnitte von $4\frac{1}{2}$ französische Quadratlinien mit einander verglichen. Das Gewicht ist in sechszehn Theilen eines bayerischen Lothes und die Länge in französischen Zollen angegeben.

Gewicht in $\frac{1}{16}$ bayer. Loth	17,	37,	53,	60,
Länge in franz. Zoll	3,	6,	9,	12,
Schwingungsdauer in Secunden	3,26,	4,62,	5,60,	6,61,

nimmt man hiebei den Stab von 3 Zoll als Mafsstab, so ist die Schwingungsdauer den Quadratwurzeln der Länge proportional; denn nur unter dieser Annahme erhält man durch die Rechnung für die Schwingungsdauer des zweiten, dritten und vierten Stabes

$$4'',61, \; 5'',64 \text{ und } 6'',52$$

und die dabei stattfindenden Unterschiede sprechen nicht gegen das aufgestellte Gesetz. Wir haben daher bei gleicher Constante innerhalb den Grenzen der Beobachtung wenn

l , L die Längen
t , T die Schwingungsdauer

zweier Stäbe von verschiedener Länge, aber gleichem Querschnitt bezeichnen, den Ausdruck:

$$\sqrt{l} : \sqrt{L} = t : T$$

aber genau genommen finden wir, dafs der Querschnitt dieser vier Stäbe nicht vollkommen gleich ist, indem derjenige von 6 und 9 Zoll etwas schwerer, derjenige von 12 Zoll etwas leichter ist, und die berechnete Schwingungsdauer wird daher eine Abänderung erleiden. Um nun dieses bewerkstelligen zu können und einen allgemeinen Ausdruck für Stäbe von verschiedener Länge und verschiedenem Gewicht zu erhalten, dient die bereits gefundene Formel:

$$\sqrt[4]{p} : \sqrt[4]{P} = t : T,$$

welche für Stäbe von gleicher Länge und ungleichem Querschnitt gilt. Vermittelst dieser beiden Proportionen gelangen wir zu der folgenden, welche für Stäbe von ungleicher Länge und verschiedenem Gewicht oder ungleichem Querschnitt gültig ist. Sind nämlich die Längen zweier Magnete l und L ihre Gewichte p und P und denkt man sich einen dritten Magnetstab, dessen Länge l und dessen Gewicht $\frac{lP}{L}$ und dessen Schwingungsdauer t' ist, so dafs er mit dem ersten gleiche Länge l und

mit dem zweiten gleichen Querschnitt w hat, dann hat man nach der vorstehenden Proportion:

$$\sqrt[3]{p} : \sqrt[3]{\frac{lP}{L}} = t : t'$$

und nach der vorhin gefundenen

$$\sqrt{l} : \sqrt{L} = t' : T,$$

woraus sich durch Multiplication beider Proportionen ergibt:

$$\sqrt{l} . \sqrt[3]{\frac{p}{l}} : \sqrt{L} . \sqrt[3]{\frac{P}{L}} = t : T \ldots\ldots (I),$$

bringt man diesen Ausdruck auf eine einfachere Form, so erhält man die Gleichung:

$$\sqrt[3]{\frac{P}{p}} \times \sqrt[6]{\frac{L}{l}} \times t = T \ldots\ldots\ldots (II).$$

Nimmt man die Schwingungsdauer $t' = 3'',26$ des Magnetstabes von $p = 3$ Zoll Länge und $l = \frac{17}{16}$ Loth Gewicht für die Schwingungsdauer der Einheit an, und bezeichnet man diese durch c, so ist

$$t = c . \sqrt[3]{p} . \sqrt[6]{l} \ldots\ldots\ldots\ldots (III).$$

Nach der Formel (III) wurde nun die Schwingungsdauer folgender Magnetstäbe berechnet, hiebei ist das Gewicht in sechszehn Theilen eines bayerischen Lothes und die Länge in französischem Maſs angegeben; für die Schwingungsdauer der Einheit diente der Stab von 3 Zoll Länge und $\frac{17}{16}$ Loth Gewicht.

Nr.	Länge		Gewicht	Form	Schwingungsdauer beobachtet	Schwingungsdauer berechnet
Nr. 1	3	Zoll	17	□	3,26 Sec.	3,26 Sec.
„ 2	4	„	17	□	3,54 „	3,42 „
„ 3	4	„	20	flach	3,70 „	3,60 „
„ 4	6	„	37	□	4,62 „	4,74 „
„ 5	9	„	53	□	5,60 „	5,71 „
„ 6	9	„	136	□	8,23 „	7,83 „
„ 7	10	„	56	□	5,96 „	5,92 „
„ 8	12	„	60	□	6,61 „	6,25 „
„ 9	12	„	176	□	9,23 „	8,95 „
„ 10	15	„	925	flach	16,40 „	16,17 „
„ 11	22½	„	1536	□	21,43 „	20,47 „
„ 12	22½	„	1648	flach	21,23 „	20,96 „

Diese Versuchsreihe zeigt, daſs die Formel die Erscheinungen sehr gut darstellt, und daſs die Differenzen in der Schwingungsdauer nur von der Verschiedenheit des Magnetismus der Stäbe herrühren; auch hier hat es sich ergeben, daſs die Form des Querschnittes keinen wesentlichen Einfluſs auf die Schwingungsdauer äuſsert.

Aus dem Angeführten ist leicht erklärlich, warum hohle Cylinder schneller schwingen, als massive, der Unterschied ihrer Schwingungsdauer ist nämlich bei gleicher Länge den Cubikwurzeln ihren Massen proportional; wie auch folgender Versuch nachweist. Es wurde ein Cylinder von $7^1/_3$ Linien Durchmesser und 82 Linien Länge, so weit ausgebohrt, dafs die Höhlung desselben $5^1/_3$ Linie im Durchmesser, mithin die Dicke des Stahlringes 1 Linie betrug. Das Gewicht des ausgebohrten Cylinders war $7^5/_{16}$ Loth und er hatte eine Schwingungsdauer von 7,25 Secunden. Vergleicht man diese Schwingungsdauer mit der des Stabes Nr. 1 von 3 Zoll oder 36 Linien Länge, $\frac{17}{16}$ Loth Gewicht und 3,26 Secunden Schwingungsdauer nach der Gleichung (III), so gibt die Rechnung übereinstimmend mit dem Versuche, weil

$$\sqrt[3]{\frac{117}{17}} \times \sqrt[6]{\frac{82}{36}} \times 3'',26 = t$$

eine Schwingungsdauer von 7,13 Secunden.

Setzt man in die Gleichung

$$t = c.\sqrt[3]{p}.\sqrt[6]{l} \;.......... \; (III)$$

anstatt des Gewichts das Volumen, oder statt des Volumens die Länge und den Querschnitt w, so erhalten wir die gleichbedeutenden Gleichungen

$$t = c.\sqrt[3]{V}.\sqrt[6]{l} \;.......... \; (IV)$$

$$t = c.\sqrt[3]{l}.\sqrt[3]{w}.\sqrt[6]{l}$$

$$t = c.\sqrt{l}.\sqrt[3]{w},$$

welche Gleichungen a posteriori ersichtlich machen, warum bei Stäben von verschiedener Länge und von gleichem Querschnitte sich verhält

$$t : T = \sqrt{l} : \sqrt{L}.$$

Um nun zu untersuchen, ob die Gleichung (IV) allgemeine Gültigkeit habe, so wurden folgende vier Magnetstäbe verfertiget:

	Länge	Gewicht	Beobachtete Schwingungsdauer	Berechnete Schwingungsdauer
Nr. 13	12 Zoll	4 Loth	8,26 Sec.	5,3145 Sec.
„ 14	18 „	8 „	11,52 „	8,614 „
„ 15	24 „	12 „	14,60 „	9,660 „
„ 16	30 „	15 „	17,64 „	11,565 „

Um die Rechnung zu erleichtern, setze man für die Schwingungsdauer der Masseneinheit, anstatt der Magnete von $\frac{17}{16}$ Loth Gewicht und 3 Zoll Länge mit der Schwingungsdauer von 3,315 Secunden, einen Magnet von 1 Loth Gewicht und 1 Zoll Länge, und alsdann ist die Schwingungsdauer dieser Einheit nach der Gleichung (III) bei unveränderlichem Magnetismus 2,70 Secunden, wovon der log ist 432,0.

Allein es findet hier zwischen der beobachteten und berechneten Schwin-

gungsdauer gar keine Uebereinstimmung statt. Weil nun das Tragverhältnifs und daher auch die Gröfse des Magnetismus dieser vier Stäbe unbekannt ist, so läfst sich auch die Ursache dieser Abweichung nicht auffinden.

Es wurde nun untersucht, welchen Einflufs die Vergröfserung der Länge bei unveränderlicher Masse auf die Schwingungsdauer hat, wenn die Länge die bisher beobachteten Grenzen überschreitet. Zu diesem Endzwecke wurden vier Magnetstäbe von gleichem Gewicht und verschiedener Länge verfertiget, und zugleich wurde das Tragvermögen derselben so genau als möglich bestimmt. Es ist jedoch die genaue Bestimmung des Tragvermögens geradliniger Magnetstäbe eine sehr difficile Sache und mit mancherlei Schwierigkeiten verbunden, so dafs es viele Zeit erfordert, ehe man dasselbe annähernd erhält. Die Fehlergrenze, innerhalb welcher das Tragvermögen dieser vier Stäbe eingeschlossen ist, beträgt wenigstens an jedem Pol 1 bis 4 Loth, daher für das ganze Tragvermögen eines jeden Stabes 1 bis 8 Loth, um welches dasselbe gröfser aber nicht kleiner sein kann. Mit der Gröfse des Magnetstäbe wächst jedoch die Schwierigkeit der Bestimmung des Tragvermögens der Magnetstäbe.

Jeder der vier Magnetstäbe wog $8\frac{1}{2}$ Loth.

	Länge	Schwingungsdauer	Tragvermögen	log c
Nr. 17	6 Zoll	7,50 Secunden	64 Loth	0,435
„ 18	12 „	8,32 „	64 „	0,432
„ 19	18 „	11,35 „	64 „	0,536
„ 20	18 „	11,10 „	68 „	0,526

Hier bedeutet c ebenfalls die Schwingungsdauer eines Magnets von *einem* bayerischen Loth Gewicht und einem französischen Zoll Länge, in einem Werth als wenn derselbe keine Breite hätte; das Tragvermögen dieser Stäbe ist nur dasjenige an einem Pol. Ob nun gleich das Tragvermögen des Stabes Nr. 19 eben so grofs wie das der andern, das Tragvermögen des Stabes Nr. 20 noch gröfser ist, so ist doch die Schwingungsdauer beider Magnetstäbe viel gröfser als sie nach der Gleichung sein sollte. Der Grund der verzögerten Schwingungsdauer kann nur darin liegen, dafs die Länge für die Masse zu grofs ist. Nun wurde ein Magnetstab

Nr. 21 von 33 Zoll Länge und 41 Loth Gewicht

verfertiget, die Schwingungsdauer desselben betrug

19,88 Secunden

und log c ist $=$ 0,507,

allein die Schwingungsdauer desselben ist ebenfalls zu grofs und sie hätte bei log c = 0,432

16,70 Secunden

betragen sollen, obgleich dieser Stab beinahe fünfmal schwerer und nicht ganz zweimal so lang war als Nr. 19 und 20. Da nun die Schwingungsdauer dieses Stabes durch kein Mittel mehr vermindert werden konnte, so wurde er kürzer gemacht, ohne dafs er jedoch in das Feuer gekommen wäre, weil sich sonst wegen etwa geänderten Magnetismus mit Gewifsheit nichts hätte ermitteln lassen; dadurch erhielt ich zwei Magnetstäbe:

	Länge	Gewicht	Schwingungsdauer	log c
Nr. 22	$25\frac{3}{4}$ Zoll	$31\frac{3}{4}$ Loth	15,22 Secunden	0,447
„ 23	$7\frac{1}{4}$ „	$9\frac{1}{4}$ „	7,87 „	0,429

Durch dieses Verfahren wurde bei Nr. 22 eine grofse Verminderung in der Schwingungsdauer und in dem Werth von log c erhalten, und zugleich ein Anhaltspunkt zur Bestimmung der Masse eines längeren Magnetstabes gewonnen. Es wurde daher ein Magnetstab

Nr. 24 von $49\frac{1}{2}$ Zoll Länge und $4\frac{3}{8}$ Pfund oder 140 Loth Gewicht verfertiget, die Schwingungsdauer desselben war

28,10 Secunden,

dieses gibt für den Werth von log c = log 0,450, welcher log mit demjenigen bei dem Stab Nr. 18 übereinstimmt, und obige Schwingungsdauer ist nur um 1,15 Secunden länger als diejenige, welche sie bei dem log c = 0,432 hätte haben sollen. Diese Versuche zeigen klar, dafs die Länge eine gewisse Grenze nicht überschreiten darf, wenn die Gleichung $t = c . \sqrt[3]{V} . \sqrt[6]{l}$ gültig sein soll, denn vergleichen wir die Volumen oder Gewichte von

	$8\frac{1}{2}$ Loth	$31\frac{3}{4}$ Loth	140 Loth
mit ihren Längen von	12 Zoll	$25\frac{3}{4}$ Zoll	$49\frac{1}{2}$ Zoll
und ihrer Schwingungsdauer von	8,32 Sec.	15,22 Sec.	28,10 Sec.,

so sehen wir, dafs die Volumen oder Gewichte dieser drei Magnetstäbe im Verhältnifs zu den Quadraten ihren Längen stehen. Da nun die Cuben der magnetischen Wirkungen aller Massentheile nur dem Quadrat der Masse proportional sind, oder was dasselbe ist, weil die Wirkungen des Magnetismus innerhalb der Masse nur im Verhältnifs von $\sqrt[3]{V^2}$ und nicht im Verhältnifs von V sind, so sieht man sogleich, dafs wegen des Trägheitsmoments der Masse des Magnetstabes die Gleichung

$$t = c . \sqrt[3]{V} . \sqrt[6]{l}$$

für ein und dasselbe Volumen nur bis zu einer gewissen Länge giltig sein kann, und dafs daher die Länge eine gewisse Grenze nicht überschreiten darf, wenn t eine Function von $\sqrt[3]{V}$ und $\sqrt[6]{l}$ bleiben soll,

und dafs daher bei Ueberschreitung dieser Grenze in der Schwingungsdauer ein plötzlicher Sprung stattfindet. Allein diese Versuche zeigen uns noch eine andere sehr wichtige Thatsache. Die beiden Magnetstäbe Nr. 18 und 19 hatten bei dem Gewicht von $8^1/_2$ Loth gleiches Tragvermögen von 64 Loth; ihre Schwingungsdauer war folgende:

	Gewicht	Länge	Schwingungsdauer
Nr. 18	$8^1/_2$ Loth	12 Zoll	8,32 Secunden
„ 19	$8^1/_2$ „	18 „	11,35 „

Nun haben die Versuche mit den drei Magnetstäben

Nr. 18 von	12	Zoll Länge und	$8^1/_2$	Loth Gewicht
„ 22 „	$25^3/_4$	„ „ „	$31^3/_4$	„ „
„ 24 „	$49^1/_2$	„ „ „	140	„ „

gezeigt, dafs, wenn die Gleichung

$$t = c . \sqrt[6]{V} . \sqrt[6]{l}$$

giltig bleiben soll, mit der Länge die Masse oder das Volumen, von der Länge von 12 Zoll anfangend, wie das Quadrat der Länge zunehmen mufs. Soll daher die Gleichung für den Magnet Nr. 19 für die Länge von 18 Zoll die richtige Schwingungsdauer geben, so mufs seine Masse von $8^1/_2$ Loth im Verhältnifs von $\left(\frac{18}{12}\right)^2$ gröfser sein, nämlich er mufs

19,125 Loth

wiegen. Wenn nun mit der Länge das Volumen im Verhältnifs des Quadrats der Länge wächst, so wächst Länge und Querschnitt in gleichem Verhältnifs und es nimmt die Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[6]{l} . \sqrt[6]{l} = \sqrt[6]{l^5}$ zu. Wird daher die Schwingungsdauer von 8,32 Secunden des Stabes Nr. 18 von 12 Zoll Länge, $8^1/_2$ Loth Gewicht mit $\sqrt[6]{\left(\frac{18}{12}\right)^5}$ multiplizirt, so erhält man eine Schwingungsdauer von

11,66 Secunden.

Dieses zeigt, dafs der Stab Nr. 19 bei 18 Zoll Länge und $8^1/_2$ Loth Gewicht dieselbe Schwingungsdauer hat, als wenn er bei derselben Länge 19,125 Loth wiegen würde, woraus sich also ergibt, dafs, wenn bei dieser Länge das Gewicht des Stabes von 19,125 Loth vermindert wird, sich durch Verminderung der Masse die Schwingungsdauer nicht ändert, zugleich zeigt sich aber auch, dafs, wenn bei dem Gewicht von $8^1/_2$ Loth der Stab länger wird als 12 Zoll, die Schwingungsdauer nicht im Verhältnifs von $\sqrt[6]{l}$, sondern im Verhältnifs von $\sqrt[6]{l} . \sqrt[6]{l^2} = \sqrt[6]{l^3}$ gröfser wird. Die Ursache der Differenz von 0,31 Secunden zwischen der beobachteten und berechneten Schwingungsdauer läfst sich nicht angeben, weil die wahre Länge des Stabes Nr. 18, wo er seine Schwingungsdauer ändert, unbekannt ist, und diese Versuche blos zeigen, dafs

es eine solche Grenze gibt. Später werden wir aber finden, dafs diese Länge statt 12 Zoll oder 144 Linien 147,84 Linien beträgt.

Es wurden nun vier Magnetstäbe, jeder von 24 Zoll Länge, aber von verschiedenem Gewicht verfertiget, nämlich:

	Länge	Gewicht	Schwingungsdauer
Nr. 25	24 Zoll	$21^3/_4$ Loth	14,72 Secunden
„ 26	24 „	$12^1/_8$ „	15,12 „
„ 27	24 „	7 „	14,92 „
„ 28	24 „	$2^9/_{16}$ „	14,68 „

Weiter konnte ich mit Verminderung der Masse nicht fortfahren, da so lange und dünne Magnetstäbe wie Nr. 28, wenn sie vollkommen magnetisirt sein sollen, und ihre Indifferenzlinie genau in der Mitte liegen soll, schwierig zu fertigen sind. Vergleicht man nun die Schwingungsdauer dieser 4 Stäbe mit einander, so sind die Unterschiede derselben so unbedeutend, dafs man sie ihrer materiellen Beschaffenheit, und nicht der Verschiedenheit ihres Gewichts zuschreiben mufs. Nun haben wir aber aus den frühern Versuchen gefunden, dafs ein Magnetstab

von 24 Zoll Länge und 34 Loth Gewicht bei log c = 0,432

eine Schwingungsdauer von

14,88 Secunden

hat, und beinahe eben so grofs ist die Schwingungsdauer der 4 Magnetstäbe von $21^3/_4$ bis $2^9/_{16}$ Loth, woraus sich also ergibt, dafs, wenn bei unveränderlicher Masse die Länge eines Magnetstabes eine bestimmte Grenze erreicht hat, durch Verminderung der Masse keine Aenderung in der Schwingungsdauer eintritt. Nun wurden die zwei Stäbe

Nr. 25 von $21^3/_4$ Loth }
„ 26 „ $12^1/_8$ „ } $33^7/_8$ Loth

auf einander gelegt; so vereinigt hatten sie eine Schwingungsdauer von

15,54 Secunden.

Diese Schwingungsdauer hätte um 0,50 Secunden kürzer sein sollen, allein die Stäbe hatten sich durch das Härten etwas verzogen, sie konnten sich daher bei dem Aufeinanderlegen nicht an allen Punkten vollkommen berühren, wodurch die Schwingungsdauer etwas verzögert wurde; es ist daher die Differenz in der Schwingungsdauer zwischen den einzelnen und den vereinigten Stäben auch nur diesem Umstande zuzuschreiben. Alle diese Versuche würden jedoch nichts beweisen, wenn diese Stäbe nicht so vollkommen magnetisirt worden wären, dafs eine Verstärkung ihres Magnetismus nicht mehr möglich war. Wir sehen also, dafs bei obigem Magnetstabe jede Masse, die weniger als 34 Loth wiegt, hinsichtlich der Schwingungsdauer gleichgiltig ist, weil jede Masse, die bei der Länge von 24 Zoll und bei log c . 0,432 weniger

als 34 Loth wiegt, dieselbe Schwingungsdauer hat, als wenn der Stab 34 Loth wiegen würde, und der Magnetstab ändert daher auch seine Schwingungsdauer nicht eher, als bis er schwerer als 34 Loth wird. Wenn sich nun hier durch Verminderung der Masse die Schwingungsdauer nicht ändert, so nimmt doch das Tragverhältnifs in dem Verhältnifs zu, als die Cubikwurzel der Masse abnimmt, weil diese Nichtänderung der Schwingungsdauer von dem Tragverhältnifs des Stabes unabhängig ist. Wenn daher der Magnetstab von 24 Zoll Länge

$4\frac{1}{4}$ Loth

wiegt, so hat er dieselbe Schwingungsdauer von

14,88 Secunden,

welche er bei

34 Loth Gewicht

hat, obgleich bei $4\frac{1}{4}$ Loth sein Tragverhältnifs zweimal gröfser ist, als bei 34 Loth.

Um nun zu untersuchen, welchen Einflufs bei unveränderlicher Länge die Vergröfserung der Masse ausübt, so wurden 51 Stahlplatten magnetisirt; die Länge und Breite derselben betrug $21\frac{1}{4}$ Linien, sie bildeten daher ein Quadrat und waren von ziemlich gleicher Dicke. Die mittlere Schwingungsdauer der einzelnen Platten war, wenn man sie auf die Kante stellte,

2,66 Secunden;

liefs man sie aber der Fläche nach schwingen, so war dieselbe

3,76 Secunden.

Es verhält sich daher die erstere Schwingungsdauer zu der letzteren, wenn l die Länge und b die Breite bedeutet, wie

$$1 \text{ zu } 1 \cdot \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}.$$

Die Schwingungsdauer der einzelnen Platten varirte von $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{8}$ Secunde. Als nun die 51 Platten auf einander gelegt und fest zusammengebunden waren, so erhielt ich einen magnetischen Cubus, dessen Seite $21\frac{1}{4}$ Linien lang war, der ein Gewicht von 42,73 Loth und eine Schwingungsdauer von

15,20 Secunden

hatte. Multiplizirt man die Schwingungsdauer von 3,76 Secunden mit der Cubikwurzel von 51, so erhält man eine Schwingungsdauer von

13,95 Secunden.

Erwägt man, dafs dieser Cubus keine compacte Masse bildete und viele Zwischenräume enthielt, und die vielen Nebenumstände, die hier störend einwirkten, so wird der Unterschied von

1,25 Secunden

zwischen der beobachteten und der berechneten Schwingungsdauer nicht auffallen, und man sieht, dafs die Gleichung für den Cubus ihren richtigen Werth gibt. Um daher die Gröfse des Magnetismus eines magnetischen Cubus oder eines langen Magnetstabes in einer Function der Zeit zu erhalten, mufs der Einflufs der Breite aus der Schwingungsdauer weggebracht, und diese durch die Gröfse

$$\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$$

dividirt werden. Bei einem Cubus ist diese Gröfse $= \sqrt{2}$. Ich werde daher die Schwingungsdauer eines magnetischen Cubus, welche durch die Gröfse $\sqrt{2}$ dividirt ist, die reduzirte Schwingungsdauer nennen. Bei einem langen Magnetstab ist aber die Gröfse

$$\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$$

so klein, dafs sie aufserhalb der Grenzen der genauen Bestimmung liegt. Ich setze daher bei langen Magnetstäben die wirkliche Schwingungsdauer der reduzirten, und die reduzirte Schwingungsdauer der wirklichen gleich; so dafs bei langen Stäben beide unter der Benennung Schwingungsdauer verstanden sind.

Von nun an setzen wir aber nicht mehr die Masse, sondern ihr Volumen in die Gleichung, und für die Einheit der Schwingungsdauer oder für den Werth von c, welcher die Gröfse des Magnetismus des Stabes bestimmt, wird die reduzirte Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie in Quarten gesetzt. Die Gröfse des Volumens, überhaupt das Volumen der Masse $=$ V wird in französischen Cubiklinien ausgedrückt. Es mufs daher das Gewicht eines jeden Magnetstabs in sein Volumen verwandelt, und die Anzahl der französischen Cubiklinien, welche er enthält, bestimmt werden. Um nun dieses bewerkstelligen zu können, mufs die Dichtigkeit oder das spezifische Gewicht des Stahls bekannt sein. Dieses wird aber verschieden angegeben, und es differirt schon an und für sich bei den verschiedenen Stahlsorten; als Mittel habe ich den Werth

7,817

dafür gesetzt; dieser gibt für den log des Gewichts einer französischen Cubiklinie in Granen, wovon 1 bayerisches Loth 240 enthält,

0,09011.

Aus den Versuchen hat sich gezeigt, dafs die Gleichung

$$t = c . \sqrt[3]{V} . \sqrt[6]{l}$$

für den Cubus ihren richtigen Werth gibt.

Wir müssen nun untersuchen, ob mit Beziehung auf diesen Werth die angegebenen Längen der Seiten der quadratischen Platten von

21,25 Linien der Cubikwurzel aus dem Volumen des Cubus gleich sind.

Der log des Gewichts von 42,73 Loth ist	1,63073
Der log von 240 Gran	2,38021
	4,01094
ab log des Gewichts einer Cubiklinie	0,09011
log des Volumens in Cubiklinien	3,92083

log der Länge einer Seite des Cubus oder log von

$$\sqrt[3]{V} = 1{,}30694$$

dieser log gibt für die Länge einer Seite des Cubus die Länge von

20,27 Linien;

es ist daher die Länge einer Seite des Cubus um

0,98 Linien

zu grofs angegeben. Dieser Unterschied kommt daher, dafs viele Platten ein klein wenig kürzer waren, auch die Masse ihr Volumen nicht ganz ausfüllte. Allein diese Differenz ist für unsere Untersuchungen von gar keinem Einflufs, indem dadurch blos die Schwingungsdauer des Cubus im Verhältnifs von $\sqrt[6]{\left(\frac{21,25}{20,27}\right)}$ oder um

0,15 Secunden

länger ist.

Wenn nun die wirkliche Schwingungsdauer des obigen Cubus von 42,73 Loth und 20,27 Linien Länge 15,20 Secunden ist, wovon der log ist 1,18084,
so ist die reduzirte Schwingungsdauer desselben 10,725 Secunden wovon der log ist 1,03033.

Wenn wir nun nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[6]{l}}$$

die reduzirte Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie bestimmen, so sieht man, dafs man für den Werth von t die reduzirte Schwingungsdauer des Cubus setzen mufs, und dann ist log c in Quarten

$= \log 3{,}06190.$

Verwandeln wir nun mit Hilfe dieses Werthes von c den Cubus von 20,27 Linien Länge in einen langen Magnetstab von 288 Linien Länge, so ist nach der Gleichung IV die Schwingungsdauer dieses Stabes 16,69 Secunden, wovon der log ist log 1,22244.
Bei dieser Länge verschwindet die Gröfse

$$\sqrt{\frac{l^2+b^2}{l^2}}$$

gänzlich, oder sie gibt, wenn der Querschnitt quadratisch ist, einen Unterschied in der Schwingungsdauer von

0,003 Secunden,

so dafs man also bei so langen Stäben die reduzirte Schwingungsdauer für die wirkliche setzen kann. Die wirkliche Schwingungsdauer des Stabes von 288 Linien Länge ist 16,69 Secunden,
die wirkliche Schwingungsdauer des Würfels ist 15,20 „
est ist also die Schwingungsdauer des Stabes nur um

1,49 Secunden

länger, als die wirkliche Schwingungsdauer des Würfels. Es findet daher sowohl für den magnetischen Würfel, als wie für einen langen Magnetstab ein und dieselbe Gleichung statt, und man hat dabei blos auf ihre reduzirte Schwingungsdauer Rücksicht zu nehmen. Ist die magnetische Masse ein Würfel, so ist in der Gleichung

$$t = c.\sqrt[3]{V}.\sqrt[6]{l}$$

$\sqrt[6]{l} = \sqrt[18]{V}$, und die Gleichung wird dadurch

$$t = c.\sqrt[3]{V}.\sqrt[18]{V}.$$

Man erhält daher die Schwingungsdauer eines langen Stabes dadurch, dafs man die reduzirte Schwingungsdauer des Würfels mit

$$\frac{\sqrt[6]{l}}{\sqrt[18]{V}}$$

multiplizirt, und wiederum wird die reduzirte Schwingungsdauer des magnetischen Würfels dadurch erhalten, dafs man die Schwingungsdauer des langen Stabes durch

$$\frac{\sqrt[6]{l}}{\sqrt[18]{V}}$$

dividirt. Die Gleichung

$$t = c.\sqrt[3]{V}.\sqrt[18]{V}$$

erhält dadurch eine grofse Bedeutung, weil es nur durch die Gröfse $\sqrt[18]{V}$ möglich wird, die Function für $\sqrt[6]{l}$ für das Drehungsmoment des Magnetstabes zu bestimmen. Hat man z. B. zwei Magnetstäbe von gleichem Volumen und von gleicher Länge, aber von verschiedenem Tragverhältnifs, so ist

$$T^2 = c'^2.\sqrt[3]{V^2}.\sqrt[3]{l}$$
$$t^2 = c''^2.\sqrt[3]{V^2}.\sqrt[3]{l}.$$

Weil nun die Voluminas und die Länge beider Magnetstäbe gleich sind und c die Schwingungsdauer einer Cubiklinie bedeutet, so würden sich die Tragverhältnisse zweier Cubiklinien, mithin auch die Tragverhältnisse

beider Magnetstäbe umgekehrt wie die Quadrate ihrer Schwingungsdauer verhalten, welches nicht möglich ist, da der stärker magnetische Stab im Verhältnifs zu seinem Tragverhältnifs schneller schwingt, als der schwächere und in dem Verhältnifs

$$c''^2 : c'^2$$

die unbekannten Functionen von dem Verhältnifs

$$\sqrt[3]{r'} : \sqrt[3]{r''}$$

oder von

$$\sqrt[3]{V'} : \sqrt[3]{V''}$$

enthalten sind. Zur Kenntnifs dieser Functionen gelangen wir aber auf folgende Weise.

Es sei das Quadrat der Schwingungsdauer eines magnetischen Würfels von dem Volumen $V = t^2$. Nun wachse bei unveränderlichem Werthe von c dessen Volumen m mal, dafs nun sein Volumen $= V m$ ist, so nimmt t^2 folgendermafsen zu:

1) wächst t^2 im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$ als die Länge seiner Seiten $\sqrt[3]{m}$ mal gröfser wird;

2) wächst t^2 noch im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$ als die Wirkung des Magnetismus durch m malige Vergröfserung des Volumens $\sqrt[3]{m}$ mal kleiner wird;

3) hat der Würfel bei einer $\sqrt[3]{m}$ mal gröfseren Länge und bei einer $\sqrt[3]{m}$ mal kleineren Wirkung des Magnetismus einen $\sqrt[3]{m}$ mal gröfseren Raum zu durchlaufen, und t^2 wird dadurch noch im Verhältnifs $\sqrt[3]{\sqrt[3]{m}} = \sqrt[9]{m}$ länger.

Die Function von t^2 geht daher in diejenige von $t^2 . \sqrt[3]{m} . \sqrt[3]{m} . \sqrt[9]{m}$ über, wodurch also t^2 im Verhältnifs der Function von $\sqrt[9]{m}$ mehr zunimmt, als das Tragverhältnifs abnimmt. Wenn aber mit m maliger Zunahme des Volumens die Gröfse des Magnetismus im Verhältnifs $\sqrt[3]{m}$ zunimmt, und der Würfel sein anfängliches Tragverhältnifs behält, so verschwinden die beiden Gröfsen

$$\sqrt[3]{m} . \sqrt[9]{m}$$

und es verhält sich

$$t^2 : t^2 . \sqrt[3]{m} = \sqrt[3]{V} : \sqrt[3]{V} . \sqrt[3]{m},$$

und wenn die Volumen beider Würfel V′ und V″ sind, so verhält sich directe

$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{V'} : \sqrt[3]{V''}.$$

Dieses sagt: Wenn sich die Quadrate der Schwingungsdauer zweier magnetischer Würfel von verschiedenem Volumen wie ihre Längen oder Seiten verhalten, so verhalten sich ihre Magnetismen, wie die Cubik-

wurzel aus ihrem Volumen, und sie haben gleiches Tragverhältnifs; und umgekehrt: Wenn zwei magnetische Würfel von verschiedenem Volumen gleiches Tragverhältnifs haben, so verhalten sich die Quadrate ihrer Schwingungsdauer wie ihre Seiten oder Längen und wie ihre Magnetismen, und daher wie die Cubikwurzel aus ihrem Volumen.

Ihrer Wichtigkeit wegen wollen wir die eben durchgeführten Sätze nochmals wiederholen, in denen alles das nämliche bleibe, wie vorhin, und nur das Volumen m mal abnehme; alsdann nimmt t^2 folgendermafsen ab:

1) nimmt t^2 ab im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$, als die Länge seiner Seiten $\sqrt[3]{m}$ mal kleiner wird;

2) nimmt t^2 noch ab im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$, als durch m malige Verminderung des Volumens die Wirkung des Magnetismus $\sqrt[3]{m}$ mal gröfser wird;

3) hat er bei einer $\sqrt[3]{m}$ mal kleineren Länge und bei einer $\sqrt[3]{m}$ mal gröfseren Wirkung des Magnetismus einen $\sqrt[3]{m}$ mal kleineren Raum zu durchlaufen, und t^2 wird dadurch noch im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\sqrt[3]{m}} = \sqrt[9]{m}$ kürzer.

Die Function von t^2

geht daher in diejenige von $\frac{t^2}{\sqrt[3]{m} \, . \, \sqrt[3]{m} \, . \, \sqrt[9]{m}}$

über, wodurch also t^2 im Verhältnifs der Function von $\sqrt[9]{m}$ mehr abnimmt, als das Tragverhältnifs zunimmt. Wenn aber mit m maliger Abnahme des Volumens die Gröfse des Magnetismus im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$ abnimmt und der Würfel sein anfängliches Tragverhältnifs behält, so verschwinden die beiden Gröfsen $\sqrt[3]{m} \, . \, \sqrt[9]{m}$, und wenn nun das Volumen $\frac{V}{m}$ ist, so verhält sich

$$\frac{t^2}{\sqrt[3]{m}} : t^2 = \frac{\sqrt[3]{V}}{\sqrt[3]{m}} : \sqrt[3]{V},$$

und wenn die Volumen beider magnetischer Würfel V' und V'' sind, so verhält sich

$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{V'} : \sqrt[3]{V''}.$$

Diese Proportion ist ganz die oben erhaltene und in Worten ausgedrückt gibt sie natürlich auch dieselben Sätze.

Schliefslich will ich noch bemerken, dafs man vorzüglich die Aufmerksamkeit auf die unter 3) gemachten Schlüsse zu richten hat, indem

gerade die darin enthaltene Function von besonderer Wichtigkeit ist, da von derselben dasjenige Drehungsmoment des Magnetstabes, welches von der Länge abhängt, bestimmt wird.

Die Gröfse $\sqrt[9]{m}$ oder $\sqrt[9]{V} = \sqrt[3]{l}$ hat in Folgendem ihren Grund. Die Dynamik lehrt, dafs, wenn ein mit Gewichten belasteter Hebel durch eine Ursache von der Gröfse x gedreht wird, die Geschwindigkeit $= \sqrt{x}$ also das Quadrat der Geschwindigkeit $= x$ ist. In den angeführten Fällen ist die Gröfse der wirkenden Ursache in das Volumen des Würfels $= \sqrt[3]{m}$; folglich ist die Function, die blos von der Länge, als der ersten Dimension, und von dem zu durchlaufenden Raume abhängt, für das Quadrat der Geschwindigkeit $= \sqrt[3]{\sqrt[3]{m}} = \sqrt[9]{m} = \sqrt[9]{V} = \sqrt[3]{l}$ und für die Geschwindigkeit $\sqrt{\sqrt[9]{m}} = \sqrt[18]{m} = \sqrt[9]{V} = \sqrt[6]{l}$. Man ersieht daraus, dafs die Function von $\sqrt[9]{V}$ das Quadrat der Schwingungsdauer verzögert oder beschleunigt, und dafs daher die Function von $\sqrt[9]{V}$ nicht in dem Verhältnifs von $t^2 : T^2$ enthalten sein darf, wenn man aus dem Verhältnifs der Functionen der Zeiten das Verhältnifs von der Gröfse des Magnetismus oder der Tragverhältnisse zweier Magnete von gleichem Volumen und gleicher Länge bestimmen will. Wir gehen nun zur Bestimmung dieser Functionen über.

Wir haben zwei magnetische Würfel vor uns, von welchem der eine zweimal gröfser ist, und welche gleiches Tragverhältnifs haben; bei dem kleineren Würfel ist log von V = 3,21952
bei dem gröfseren Würfel sei log von V m = 3,52055.
Da nun beide Würfel gleiches Tragverhältnifs haben, so verhält sich

$$t^2 : t^2.\sqrt[3]{m} = \sqrt[3]{V} : \sqrt[3]{V}.\sqrt[3]{m}$$
$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{V'} : \sqrt[3]{V''}.$$

Ist nun bei dem kleineren Würfel $t^2 = 40{,}962$ Secunden,
wovon der log ist 1,61234,
so ist bei dem gröfseren Würfel $T^2 = 59{,}595$ Secunden,
wovon der log ist 1,71268,
und es verhält sich

$$t^2 : T^2 = 1 : \sqrt[3]{2},$$

denn die log Differenz von diesem Verhältnifs ist 0,10034.
Weil nun beide Würfel bei dem Verhältnifs ihres Volumens von 1 : 2 gleiches Tragverhältnifs haben, und es wird das Volumen des zweimal gröfseren Würfels um die Hälfte vermindert, so dafs nun beide Würfel gleiches Volumen haben, so wird mit Verminderung der Masse im Verhältnifs von 2 auch die Länge des Würfels oder die Länge seiner Seiten im Verhältnifs von $\sqrt[3]{2}$ kleiner.

War nun früher der log von T^2 $= 1{,}71268$,
so nimmt, wie im Vorhergehenden deutlich auseinander gesetzt wurde, durch die Verminderung der Masse um die Hälfte

T^2 ab erstens im Verhältnifs von $\sqrt[3]{2} = 0{,}10034$
zweitens „ „ „ $\sqrt[3]{2} = 0{,}10034$
drittens „ „ „ $\sqrt[9]{2} = 0{,}03344$
$0{,}23412$

und es ist nun der log von t^2 $= 1{,}47856$.
Dieses zeigt also, dafs das Verhältnifs

$$T^2 : t^2$$

im Verhältnifs der Function von $\sqrt[9]{2}$ gröfser ist, als das Verhältnifs

$$1 : \sqrt[3]{2}.$$

Man sieht auch zugleich, wenn sich die beiden Würfel von gleichem Volumen in Stäbe von gleicher Länge verwandeln, dafs dadurch das Verhältnifs des Quadrats ihrer Schwingungsdauer nicht verändert wird, indem dasselbe im Verhältnifs von $\sqrt[3]{1}$ länger wird. Nun ist aber im Vorigen bewiesen worden, dafs sich durch Verminderung des Volumens die Gröfse des Magnetismus nicht ändert, und dafs die Gröfse des Magnetismus zweier Magnete durch die Cubikwurzel aus denjenigen Volumen, welche gleiches Tragverhältnifs haben, bestimmt wird. Nun verhalten sich bei beiden magnetischen Würfeln von gleichem Volumen und bei beiden Magnetstäben von gleichem Volumen und gleicher Länge diejenigen Volumen, welche gleiches Tragverhältnifs haben, wie

$$1 : 2,$$

und darum verhalten sich auch ihre Magnetismen wie

$$1 : \sqrt[3]{2},$$

und bei gleichem Volumen verhalten sich die Tragverhältnisse beider Magnete wie

$$1 : \sqrt[3]{2}.$$

Bei gleichem Volumen ist

der log von T^2 bei dem schwächer magnetischen Würfel	1,61234
„ „ „ t^2 „ „ stärker „ „	1,47856
	0,13378.

Man sieht daraus, dafs t^2 im Verhältnifs der Function von $\sqrt[9]{2}$ kleiner ist, als es das Verhältnifs der Abnahme der Cubikwurzel dcs Volumens und die Zunahme des Tragverhältnisses erfordert, und dafs das Verhältnifs

$$T^2 : t^2$$

im Verhältniis der Function von $\sqrt[9]{2}$ zu grofs ist, denn die log Diffe-

renz von diesem Verhältnifs ist 0,13378,
dieselbe sollte aber betragen 0,10034.
Sind nun die Volumen beider magnetischer Würfel, welche gleiches Tragverhältnifs haben, V′ und V″, so sollte sich bei gleichem Volumen beider Würfel verhalten

$$T^2 : t^2 = \sqrt[9]{V'^3} : \sqrt[9]{V''^3},$$

weil das Verhältnifs von $\sqrt[3]{V'} : \sqrt[3]{V''}$
die Gröfse des Magnetismus beider Würfel von gleichem Volumen bestimmt; man sieht aber, dafs wegen der Function von $\sqrt[9]{2}$ sich verhält

$$T^2 : t^2 = \sqrt[9]{V'^4} : \sqrt[9]{V''^4}.$$

Soll nun das Verhältnifs der Schwingungsdauer das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus oder der Tragverhältnisse beider magnetischer Würfel von gleichem Volumen oder beider Magnetstäbe von gleichem Volumen und gleicher Länge ausdrücken, so müssen die Functionen der Zeiten in einem Verhältnifs ausgedrückt werden, in welchem die Function von $\sqrt[9]{V}$, hier also die Function von $\sqrt[9]{2}$, nicht enthalten ist; es steht aber die Function von $\sqrt[9]{V}$ im Verhältnifs von $\sqrt[4]{t^2}$ und mufs daher das Verhältnifs

$$T^2 : t^2$$

durch das Verhältnifs

$$\sqrt[4]{T^2} : \sqrt[4]{t^2}$$

dividirt werden; alsdann verhält sich umgekehrt

$$\frac{T^2}{\sqrt[4]{T^2}} : \frac{t^2}{\sqrt[4]{t^2}} = \sqrt[9]{V'^3} : \sqrt[9]{V''^3}$$

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = \sqrt[3]{V'} : \sqrt[3]{V''}$$

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = 1 : \sqrt[3]{2},$$

welches die Formel für das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus zweier magnetischer Würfel von gleichem Volumen, oder zweier magnetischer Stäbe von gleichem Volumen und gleicher Länge ist.

Bei gleichem Volumen ist

bei dem schwächer magnetischen Würfel	$\log T =$	0,80617
„ „ stärker „ „	$\log t =$	0,73928
		0,06689,

es ist aber $\frac{0{,}06689 \times 3}{2} = 0{,}10034 = \log \sqrt[9]{2}$.

Gibt man nun bei gleichem Volumen beiden magnetischen Würfeln gleiche Länge, so wird ihre Schwingungsdauer in gleichem Verhältnifs im Verhältnifs von $\sqrt[9]{l}$ länger, und das Verhältnifs ihrer Schwingungsdauer bleibt ungeändert.

Man sieht, wie das Verhältnifs von der Function

$$\sqrt[9]{V'} : \sqrt[9]{V''}$$

das Verhältnifs von dem Quadrat der Schwingungsdauer vergröfsert oder beschleunigt, und daher das Drehungsmoment des Magnetstabes selbst ändert, ohne dafs sich die Gröfse des Magnetismus des Stabes selbst ändert. Bei zwei Magnetstäben von gleichem Volumen und gleicher Länge, aber von verschiedenem Tragverhältnifs, kann man sagen, dafs der stärker magnetische Stab ein gröfseres magnetisches Drehungsmoment hat, weil das Quadrat seiner Schwingungsdauer im Verhältnifs der Function von

$$\sqrt[9]{\frac{V''}{V'}}$$

kleiner ist, als es das Tragverhältnifs oder die Gröfse seines Magnetismus erfordert, daher sich die Tragverhältnisse beider Magnetstäbe nicht umgekehrt wie

$$T^2 : t^2,$$

sondern umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

verhalten. Dieser gröfsere Drehungsmoment darf daher in dem Verhältnifs der Schwingungsdauer nicht enthalten sein, wenn man aus der Function der Zeit das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus beider Magnetstäbe bestimmen will. Bisher war man fest überzeugt, dafs sich die Gröfse des Magnetismus zweier Magnetstäbe von gleichem Volumen und gleicher Länge umgekehrt wie

$$T^2 : t^2$$

verhalten müsse und dieses ist bisher in allen Lehrbüchern der Physik als ein mathematischer Lehrsatz von unbestreitbarer Wahrheit angegeben worden; man sieht aber aus Obigem, wie weit man dabei von der Wahrheit entfernt blieb.

Wir haben wieder die zwei erwähnten magnetischen Würfel, deren Volumen sich wie

$$1 : 2$$

verhält, und welche beide gleiches Tragverhältnifs haben, vor uns.

Es verhalten sich daher ihre Magnetismen wie

$$1 : \sqrt[3]{2},$$

und wenn sich ihre Längen in gleichem Verhältnisse ändern, so bleiben auch die Functionen der Zeiten in gleichem Verhältnifs; es wachse z. B. die Länge beider magnetischer Würfel bei unveränderlichem Volumen und gleichem Verhalten q mal, so dafs sie nun lange Stäbe werden, so ist bei beiden Stäben die Länge verschieden, und es ist

$$\sqrt[3]{V'} \,.\, q = l$$
$$\sqrt[3]{V''} \,.\, q = L \,.$$

Da mit der Länge das Quadrat der Schwingungsdauer in gleichem Verhältnifs wie $\sqrt[3]{q}$ wächst, so ist das Verhältnifs von den Quadraten der Schwingungsdauer bei diesen Stäben dasselbe, als wie bei den Würfeln, und es verhält sich

$$\sqrt[3]{V'} \,.\, \sqrt[3]{q} : \sqrt[3]{V''}\, \sqrt[3]{q} = t^2 : T^2$$
$$\sqrt[3]{V'} \quad : \sqrt[3]{V''} \quad = t^2 : T^2$$

und daher verhält sich auch

$$l : L = t^2 : T^2$$

und es verhält sich bei beiden Stäben

$$l : L = \sqrt[3]{V'} : \sqrt[3]{V''}.$$

Wir gelangen dadurch zu dem Satz: Wenn sich bei verschiedenem Volumen die Quadrate der Schwingungsdauer wie die Längen und die Längen wie die Cubikwurzeln aus dem Volumen verhalten, so verhalten sich auch die Magnetismen beider Magnetstäbe wie ihre Längen und wie die Cubikwurzel aus ihrem Volumen, und sie haben gleiches Tragverhältnifs; und wiederum: Wenn zwei Magnete von verschiedenem Volumen gleiches Tragverhältnifs haben und sich ihre Längen wie die Cubikwurzeln aus ihrem Volumen verhalten, so verhalten sich auch die Magnetismen beider Magnetstäbe wie die Quadrate der Schwingungsdauer beider Magnetstäbe.

Wir wollen nun diese Sätze durch einige Beispiele erläutern.

Bei dem Magnetstab Nr. 18 von 144 Linien Länge und 8½ Loth Gewicht ist bei dem 15,06 fachen Tragverhältnifs die Schwingungsdauer desselben . 8,32 Secunden.

Hievon ist der log in Quarten	4,47644,
der log des Volumens oder von V ist	3,21952,
der log von 144 Linien ist	2,15836,
der log des Tragverhältnisses von 15,06 ist	1,17779.

Wir erhalten daher nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \,.\, \sqrt[3]{l}}$$

für den log von c als der Schwingungsdauer einer franz. Cubiklinie in Quarten 3,04354;

der log des Tragverhältnisses des Stabes von
log 15,06 ist 1,17779
hiezu ⅓ . 3,21952 1,07317
2,25096.

Dieser log gibt für eine französische Cubiklinie

das 178,23 fache Tragverhältnifs.

Da nun für dieses Tragverhältnifs einer französischen Cubiklinie ihre Schwingungsdauer bestimmt ist, so läfst sich in Nürnberg aus der Schwingungsdauer eines jeden Magnetstabes sein Tragverhältnifs bestimmen, und wiederum läfst sich aus dem Tragverhältnifs eines Hufeisenmagnets die Schwingungsdauer bestimmen, welche er als Stab hat. Denn bezeichnen

n′, n″ die Tragverhältnisse

zweier französischer Cubiklinien,

c′, c″ die Schwingungsdauer

derselben, so verhält sich

$$\sqrt{c^{3\prime\prime}} : \sqrt{c^{3\prime}} = n' : n''$$

und es verhält sich

$$c'' : c' = \sqrt[3]{n^{2\prime}} : \sqrt[3]{n^{2\prime\prime}}.$$

Wir wollen annehmen, ein Magnetstab von 36 Loth Gewicht und 20 Zoll Länge habe eine Schwingungsdauer von

15,86 Secunden;

wie grofs ist sein Tragverhältnifs?

Der log von 15,86 Secunden ist in Quarten		4,75660,
der log von $\sqrt{}$ von 36 Loth ist in franz. Cubiklinien		3,84642,
der log von 20 Zoll oder 240 Linien ist		2,38021,
es ist daher nach obiger Gleichung log c in Quarten	=	3,07776,

es verhält sich aber

$$\sqrt{c^{3\prime\prime}} : \sqrt{c^{3\prime}} = n' : n''.$$

1) Nun ist die Schwingungsdauer c und das Tragverhältnifs einer franz. Cubiklinie bei dem Stab Nr. 18 das Mafs, womit alle andern Werthe verglichen werden.

2) Die Differenz log von $\sqrt{c''^3}$ und log $\sqrt{c'^3}$ ist 0,05133.

3) Wird also von dem log des Tragverhältnisses 178,23 = 2,25096
die log Differenz von 0,05133

abgezogen, so erhält man den log 2,19963,
welcher log für das Tragverhältnifs einer franz. Cubiklinie bei dem Stab von 36 Loth

das 158,35 fache

gibt; subtrahirt man von 2,19963
$\frac{1}{3}$. 3,84642 1,28214,

so erhält man für den log des Tragverhältnisses des Stabes 0,91749,
das Tragverhältnifs des Stabes ist daher

das 8,27 fache;

dieses mit dem Gewicht des Stabes von 36 Loth multiplizirt gibt für das Tragvermögen des Stabes

9,3 Pfund.

Wir wollen nun untersuchen, wie grofs die Schwingungsdauer eines Stabes bei dem Gewicht von 36 Loth und 20 Zoll oder 240 Linien Länge ist, wenn er bei diesem Gewicht ein Tragvermögen von 21 Pfd. hat, wie wir es bei den Versuchen an einem Hufeisenmagnet gefunden haben. Das Tragverhältnifs dieses Stabes ist

das 18,666 fache,

wovon der log ist	1,27107,
hiezu $\frac{1}{3}$. 3,84642	1,28214,
log des Tragverhältnisses einer franz. Cubiklinie gleich dem 357,45 fachen.	2,55321
Bei dem Stab Nr. 18 hat eine franz. Cubiklinie das 178,23 fache Tragverhältnifs	= 2,25096.

Nun verhält sich umgekehrt

$$c'' : c' = \sqrt[3]{n^{2\prime}} : \sqrt[3]{n^{2\prime\prime}}.$$

Die log Differenz von diesem Verhältnifs ist	0,20150,
subtrahirt man diese Differenz von dem log c bei dem Stab Nr. 18, also von	3,04854,
so erhält man für den log c in Quarten bei dem Tragverhältnifs 357,45	2,84204,

es ist daher nach der Gleichung die Schwingungsdauer dieses Stabes

log $\sqrt[3]{V}$	1,28214
log $\sqrt[6]{l}$ log von $\sqrt[6]{240}$ Linien	0,39670
log c	2,84204
log t in Quarten	4,52088.
ab log von 3600 Quarten	3,55630
gleich 9,217 Secunden	0,96458.
Von 15,86 Secunden ist der log	1,20030,
von 9,217 Secunden ist der log	0,96458,
von dem Tragverhältnifs 8,27 ist der log	0,91749,
von dem Tragverhältnifs 18,666 ist der log	1,27109.

Da nun beide Stäbe gleiches Gewicht und gleiche Länge haben, so verhält sich

$$\sqrt{t''^3} : \sqrt{t'^3} = n' : n''$$
$$\sqrt{c^{3\prime\prime}} : \sqrt{c^{3\prime\prime}} = m' : m'',$$

wodurch die Richtigkeit der angegebenen Gleichungen bestätiget wird. Obgleich diese Gleichung von grofsem Nutzen ist, so reicht sie doch

zur Bestimmung des Drehungs-Moments der Magnete nicht hin, und wir werden daher zur Bestimmung dieser Drehungs-Momente übergehen.

Ueber die Bestimmung des Drehungs-Momentes der Magnetstäbe.

Im Vorigen haben wir gezeigt, auf welche Weise die Gleichung zur Bestimmung des Verhältnisses der Gröfse des Magnetismus der Magnete mittelst der Schwingungsdauer aufgefunden wurde. Zugleich haben wir die Gründe nachgewiesen, wodurch diese Gleichung entsteht. Diese Gleichung ist

$$t = c \,.\, \sqrt[3]{V} \,.\, \sqrt[6]{l} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (IV)$$
$$t^2 = c^2 \,.\, \sqrt[3]{V^2} \,.\, \sqrt[3]{l},$$

wo c die Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie bedeutet. Setzt man statt des Volumens die Länge und den Querschnitt in die Gleichung, so ist dieselbe

$$t = c \,.\, \sqrt[3]{l} \,.\, \sqrt[3]{w} \,.\, \sqrt[6]{l} \;\ldots\ldots\; (V)$$
$$t^2 = c^2 \,.\, \sqrt[3]{l^2} \,.\, \sqrt[3]{w^2} \,.\, \sqrt[3]{l},$$

weil $\sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{l} \,.\, \sqrt[3]{w}$ ist, so sieht man, dafs bei unveränderlichem Werthe von c und V in beiden Gleichungen $\sqrt[3]{V}$ und $\sqrt[3]{l} \,.\, \sqrt[3]{w}$ constante Gröfsen sind, und dafs in der Gleichung blos die Function von $\sqrt[6]{l}$ veränderlich ist. Für die Gleichung (V) kann man auch setzen:

$$t = c \,.\, \sqrt{l} \,.\, \sqrt[3]{w} \;\ldots\ldots\ldots\; (VI).$$

Zugleich haben wir bewiesen, dafs das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus durch das umgekehrte Verhältnifs

$$\sqrt{c^{3''}} : \sqrt{c^{3'}}$$

bestimmt wird, und dafs also das umgekehrte Verhältnifs

$$\sqrt{c^{3''}} : \sqrt{c^{3'}} = \sqrt[3]{V'} : \sqrt[3]{V''}$$

das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus bestimmt, wo das Verhältnifs

$$\sqrt[3]{V'} : \sqrt[3]{V''}$$

das Verhältnifs der Cubikwurzeln derjenigen Volumen, welche gleiches Tragverhältnifs haben, ausdrückt, weil dieses Verhältnifs, wie hinlänglich bewiesen worden ist, das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus zweier Magnete bestimmt. Nun haben wir aber durch die Versuche das wichtige Resultat erhalten, dafs, wenn bei unveränderlichem Volumen und unveränderlichem Magnetismus die Länge eine gewisse Grenze überschreitet, der Magnetstab eine viel längere Schwingungsdauer erhält, als

die Gleichung angibt. Es steht also die Geschwindigkeit, welche er durch die Anziehung des Erdmagnetismus erlangt, und daher auch seine Schwingungsdauer nicht mehr im Verhältnifs zu der Gröfse seines Magnetismus, und wir können also sagen, dafs der Magnetstab bei einer solchen Länge ein geringeres Drehungsmoment hat, weil hier seine Schwingungsdauer nicht mehr im Verhältnifs von $\sqrt[6]{}$ l, sondern in einem weit gröfseren Verhältnifs zunimmt.

Wiederum haben die Versuche gezeigt, dafs, wenn bei unveränderlichem Magnetismus bei einer bestimmten Länge das Volumen eines Magnetstabes vermindert wird, er seine Schwingungsdauer nicht ändert, und dafs also hier seine Schwingungsdauer nicht im Verhältnifs zur Cubikwurzel seines Volumens oder im Verhältnifs von $\sqrt[6]{}$ V oder im Verhältnifs zur Gröfse seines Magnetismus steht, und weil hier eine kleinere Masse mit derselben Geschwindigkeit von dem Erdmagnetismus bewegt wird, als wie eine gröfsere, so können wir ebenfalls sagen, dafs ein solcher Magnetstab ein geringeres magnetisches Drehungsmoment hat.

Weil so aus den Versuchen hervorgeht, dafs für ein bestimmtes Volumen die Länge eine gewisse Grenze nicht überschreiten darf, wenn die Gleichung den Werth von t richtig bestimmen soll, so zeigt dieses an, dafs die Länge in einem bestimmten Verhältnifs zu dem Volumen oder zu dem Querschnitt stehen mufs. Die Ursache davon läfst sich aber leicht einsehen, denn indem die Wirkungen des Erdmagnetismus auf einen Magnetstab nur im Verhältnifs von $\sqrt[6]{}$ V^2 stehen, das Trägheitsmoment der Masse des Magnetstabes aber dem Produkt $l^2 . V$ proportional ist, so kann das Drehungsmoment des Magnetstabes nicht für alle Längen dem Trägheitsmoment der Masse proportional bleiben. Von einem Trägheitsmoment des Magnetstabes kann nicht wohl die Rede sein, sondern nur von dem Trägheitsmoment der Masse des Magnetstabes, und das Drehungsmoment des Magnetstabes wird nur durch letzteres bestimmt.

Bei Bestimmung des Drehungsmomentes der Magnetstäbe läfst sich aber nicht wie in der Statik oder Dynamik verfahren, wo man die wirkenden Ursachen als Punkte auf einer Linie wirkend betrachtet, weil ein Linearmagnet ein Begriff ist, der eine unmögliche Bedingung in sich enthält, sondern es mufs hier alles von der Masse oder deren Volumen, und zwar von demjenigen Volumen, wo alle Dimensionen gleich sind, mithin vom Cubus abgeleitet werden. Denn weil bei dem Magnetismus alle Functionen hinsichtlich seiner Gröfse Einheiten von Cubikwurzeln sind, so ist auch die Länge als Einheit eine Cubikwurzel.

Die Versuche haben gezeigt, dafs, wenn man die Gröfse des Magnetismus eines magnetischen Würfels in einer Function der Zeit bestimmen will, die Schwingungsdauer desselben durch die Gröfse

$$\sqrt{\frac{l^2+b^2}{l^2}} = \sqrt{2}$$

dividirt werden mufs, weil die Breite, welche der magnetische Würfel hat, verursacht, dafs der Würfel in diesem Verhältnifs langsamer schwingt, als die Gleichung

$$t = c \, . \sqrt[9]{V} \, . \sqrt[6]{l}$$

angibt. Denn in dieser Gleichung bedeutet c die Schwingungsdauer der Länge einer französischen Cubiklinie in einem Werthe, als wenn dieselbe keine Breite und doch auch kein Volumen hätte. So wie aber der magnetische Würfel in einen langen Stab verwandelt wird, so nimmt mit der Länge die Gröfse

$$\sqrt{\frac{l^2+b^2}{l^2}}$$

immer mehr ab, und sie nähert sich immer mehr dem Werth $= 1$, so dafs sie als Factor vernachläfsigt und für den Versuch unmerkbar werden kann. Nun haben wir aber in dem Vorigen bewiesen, dafs man aus der Schwingungsdauer eines langen Magnetstabes die reduzirte Schwingungsdauer des magnetischen Würfels dadurch erhält, dafs man die Schwingungsdauer des Stabes durch die Gröfse

$$\frac{\sqrt[6]{l}}{\sqrt[18]{V}}$$

dividirt; um daher die wirkliche Schwingungsdauer des magnetischen Würfels zu erhalten, mufs dieser Werth noch mit der Gröfse

$$\sqrt{\frac{l^2+b^2}{l^2}},$$

welche bei dem Würfel $= \sqrt{2}$ ist, multiplizirt werden. Aus diesem gibt sich zu erkennen, dafs sich das Drehungsmoment eines Magnetstabes nur aus der reduzirten Schwingungsdauer, welche er als Würfel hat, ableiten und bestimmen läfst. Wenn wir nun die reduzirte Schwingungsdauer eines magnetischen Würfels mit der wirklichen Schwingungsdauer vergleichen, welche die Masse oder das Volumen desselben Würfels durch die Gravitation erlangt, so gibt das Verhältnifs diesen Geschwindigkeiten ein Mafs zur Bestimmung der Gröfse des Magnetismus ab, weil die Geschwindigkeit der Schwingungen des magnetischen Würfels im Verhältnifs zu der Gröfse seines Magnetismus steht.

Die Schwingungsdauer eines Würfels, der, in der Mitte aufgehängt, vermittelst der Gravitation unter denselben Bedingungen schwingen würde,

als wie ein magnetischer Würfel durch die Wirkung des Erdmagnetismus — wenn wir nämlich annehmen, dafs die Schwingungen durch die Gravitation aus zwei auf seine beiden Hälften, wie bei dem Magnetismus wirkenden Ursachen erfolgen — wird durch die Gleichung

$$t = \pi . \sqrt{\frac{l}{g}}$$

bestimmt, wo π das Verhältnifs der Durchmesser zum Kreise,
l die Länge des einfachen Secundenpendels,
g die doppelte Fallhöhe in einer Secunde

bedeutet. Ist nun l die Länge des einfachen Secundenpendels, so ist die Länge des zusammengesetzten Secundenpendels, auf welchen die Schwere, ohne dafs er eine Breite hat, seiner ganzen Länge nach wirkt,

$$\frac{3\,l}{2}$$

und die Schwingungsdauer eines Würfels durch die Gravitation, der die Länge des zusammengesetzten Secundenpendels hat, ist im Verhältnifs von

$$\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$$

und daher im Verhältnifs von $\sqrt{2}$ gröfser, als die Schwingungsdauer des zusammengesetzten Secundenpendels. Die Länge des einfachen Secundenpendels in Nürnberg ist unbekannt, sie kann aber ihrer geographischen Breite nach nicht viel von 440,50 französischen Linien abweichen.

Ich setze die Logarithmen derjenigen Gröfsen, deren ich mich bei den folgenden Rechnungen bediene, hieher.

log der Länge des zusammengesetzten Secundenpendels in Nürnberg von 660,75 französischen Linien 2,82004,
log der wirklichen Schwingungsdauer des Würfels von der Länge des zusammengesetzten Secundenpendels in Quarten durch die Gravitation 3,70682,
log der wirklichen Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie durch die Gravitation in Quarten 2,29680,
log der Zahl 2 0,30103,
log von 3600 Quarten 3,55630,
log der Dichtigkeit oder des Gewichts einer französischen Cubiklinie in bayerischen Granen 0,09011,

log des spezifischen Gewichts des Stahls von 7,817, das spezifische Gewicht des destillirten Wassers = 1 ~ 0,89304.

Es bezeichne nun t_0^2 das Quadrat der wirklichen Schwingungsdauer eines Würfels durch die Gravitation,

t^2 bezeichne das Quadrat der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer, welches daher die Gröfse seines Magnetismus und sein Tragverhältnifs bestimmt. Wenn nun bei unveränderlichem Magnetismus das Volumen dieses Würfels fortwährend successive abnimmt, so nimmt

t_0^2 oder das Quadrat der wirklichen Schwingungsdauer des Würfels durch die Gravitation im Verhältnifs von $\sqrt[9]{V^3}$ ab.

t^2 oder das Quadrat der magnetischen reduzirten Schwingungsdauer desselben Würfels nimmt im Verhältnifs von $\sqrt[9]{V^7}$ ab, wie aus der Gleichung $t^2 = c^2 \sqrt[3]{v^2} \sqrt[9]{v}$ hervorgeht.

Es nimmt daher t^2 im Verhältnifs von $\sqrt[9]{V^4}$ schneller ab, als t_0^2, und wenn das Volumen oder V fortwährend successive abnimmt, so wird

$$\frac{t_0^2}{t^2} = \frac{1}{\sqrt[9]{V^4}};$$

$$\text{daher ist } \sqrt[4]{\left(\frac{t_0^2}{t^2}\right)^9} = \frac{1}{V} \text{ oder } \sqrt{\left(\frac{t_0}{t}\right)^9} = \frac{1}{V} \quad \ldots\ldots \text{(VII)}$$

$$\text{und daher ist } \sqrt{\left(\frac{t_0}{t}\right)^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{V}}.$$

Setzt man daher das Volumen der Masse des Würfels = 1 und die Gröfse seines Magnetismus, welcher durch seine reduzirte Schwingungsdauer bestimmt ist, = 1, und bezeichnet t diese reduzirte Schwingungsdauer, so ist in der Gleichung

$$\sqrt{\left(\frac{t_0}{t}\right)^9} = \frac{1}{V}$$

$\frac{1}{V}$ ein Bruchtheil des Volumens des Magnets, und der Nenner V gibt die Anzahl der Volumeneinheiten an, welche der Magnet enthält, bei welchen

$$\frac{t_0}{t} = 1, \text{ wo daher auch } t_0 = t$$

ist. Das heifst bei der Volumeneinheit von der Gröfse $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ist nun die r e d u z i r t e magnetische Schwingungsdauer eben so grofs, als wie die w i r k l i c h e Schwingungsdauer von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ durch die Gravitation. Es fallen

daher hier die reducirten magnetischen Schwingungen mit den Pendelschwingungen der Masse zusammen. Ich werde deshalb diejenigen magnetischen Volumeneinheiten, bei denen

$$\frac{t_0}{t} = 1$$

Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit = 1 nennen und mit $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ bezeichnen. Je gröfser daher die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 ist, um desto gröfser ist der Magnetismus der Masse, und die Cubikwurzel aus dieser Volumeneinheit bestimmt die Gröfse des Magnetismus derselben; daher verhält sich bei allen Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit = 1 directe

$$t^2 : T^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

und alle diese Volumeneinheiten haben gleiches Tragverhältnifs.

Die Pendelschwingungsdauer von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ wird dadurch erhalten, dafs man die Schwingungsdauer des zusammengesetzten Pendels von der Länge $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$, welche wir mit $\mathfrak{T}$ bezeichnen wollen, mit $\sqrt{2}$ multiplizirt, daher ist

$$\mathfrak{T} \cdot \sqrt{2} = t.$$

Ehe wir weiter fortschreiten, ist es nothwendig, dafs wir uns mit den Werthen, welche wir durch die gegebenen Gleichungen erhalten, näher bekannt machen.

Der Magnet Nr. 18 von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht und 144 Linien Länge hatte bei dem 15,06 fachen Tragverhältnifs eine Schwingungsdauer von 8,32 Secunden;

hievon ist der log	0,92012,
und in Quarten ausgedrückt ist der log	4,47642,
der log seines Volumens oder log von V in französischen Cubiklinien ist	3,21952,
der log der Länge von 144 Linien ist	2,15836.

Wenn wir daher die Schwingungsdauer dieses Stabes durch $\frac{\sqrt[6]{l}}{\sqrt[18]{V}}$ dividiren, so erhalten wir die reduzirte Schwingungsdauer, welche er als Würfel hat. Es ist log der Schwingungsdauer des Stabes

in Quarten		4,47642,
hievon ab log von $\sqrt[6]{144}$	0,35973	
ab log $\sqrt[18]{V}$	0,17886	
		0,18087,
log der reduzirten Schwingungsdauer des Würfels		4,29555

dem die wirkliche Schwingungsdauer dieses Cubus ist im Verhältnifs von $\sqrt{2}$ gröfser und der log davon ist 4,44606, sie beträgt daher 7,76 Secunden, und dieselbe ist nur 0,56 Secunden kürzer, als diejenige des Stabes.

Der log der wirklichen Schwingungsdauer dieses Würfels durch die Gravitation in Quarten ist 2,83338.

Nach der Gleichung (VII) erhält man daher für den log des Nenners von $\frac{1}{V}$ 6,57981,

für den log von $\frac{1}{\sqrt[3]{V}}$ 2,19327.

Diese logarithmen sind Bruchtheile von dem Volumen des Magnets $= 1$ und von der Cubikwurzel des Magnets $= 1$, und sie sagen, dafs der Magnet 3801000 Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ enthält, wovon die Cubikwurzel 156,5 ist. Diese Zahlen müssen nun in solche Einheiten reduzirt werden, in welchen das Volumen des Magnets ausgedrückt ist.

Der log der Anzahl aller Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ ist 6,57981;

nun ist der log des Volumens des Magnets in französischen Cubiklinien oder V $=$ 3,21952.

Zieht man diesen log von dem obigen ab, so erhält man den logarithmus 3,36029.

Dieser log sagt, dafs eine französische Cubiklinie 2292,5 Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ enthält, dafs also ihre Gröfse $\frac{1}{2292{,}5}$ einer französischen Cubiklinie beträgt, die Cubikwurzel dieser Zahl ist 13,19, wovon der log ist 1,12010, und dieser sagt, dafs die Cubikwurzel der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ oder die Länge derselben $\frac{1}{13{,}19}$ einer französischen Cubiklinie ist. In solchen Volumen- und Längeneinheiten wird nun in Zukunft das Volumen und die Länge eines Magnets ausgedrückt, und wenn $\mathfrak{v}$ eine französische Cubiklinie bedeutet, so ist bei dem angegebenen Magnet

log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ — 3,36029,

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 1,12010.

Es ist daher bei dem angegebenen Magnet

log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ = 6,57982,

log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ = 2,19327.

Weil für die Masse = 1 die Geschwindigkeit immer = 1 bleibt, so ist es ganz einerlei, ob man aus der wirklichen Schwingungsdauer, welche das Volumen des Würfels von $8\frac{1}{2}$ Loth durch die Gravitation erlangt, und aus seiner reduzirten magnetischen Schwingungsdauer die Gröfse der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 bestimmt, oder ob man dieselbe aus einer französischen Cubiklinie bestimmt. Denn da man die Gröfse von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ bei jedem Magnetstab kennen mufs, dessen Magnetismus man bestimmen will, so wird die Rechnung viel weitläufiger, wenn man aus dem Volumen des Magnets = 1 die Gröfse von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ bestimmt, als wenn man dasselbe aus dem Volumen einer Cubiklinie bestimmt, weil man sogleich aus der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[6]{l}}$$

die reduzirte Schwingungsdauer einer Cubiklinie findet. Wir wollen daher bei dem Stab Nr. 18 von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht, 144 Linien-Länge und 8,32 Secunden Schwingungsdauer die Gröfse seines Magnetismus bestimmen. Nach der Gleichung ist

der log der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie in Quarten 3,04353,

bei der Länge des zusammengesetzten Secundenpendels von 660,75 Linien ist der log für die wirkliche Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie durch die Gravitation = 2,29680.

Nach der Gleichung

$$\sqrt{\left(\frac{\mathfrak{T} \cdot \sqrt{2}}{t}\right)^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

erhalten wir daher für den Logarithmus der Cubikwurzel der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 oder für log $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 1,12010,

und hieraus lernen wir sogleich den grofsen Nutzen, den diese Gleichung gewährt, kennen; denn sie sagt, dafs die reducirte magnetische

Schwingungsdauer der Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ gerade so grofs ist, als wie die wirkliche Schwingungsdauer derselben durch die Gravitation, und dafs hinsichtlich der Drehung des Magnets durch den Erdmagnetismus das magnetische Drehungsmoment desselben durch die Gröfse $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ bestimmt wird.

Bei der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 wird daher die Gröfse des Magnetismus aus der Länge des zusammengesetzten Secundenpendels bestimmt.

Nun zum Beweis:

Der log von 3600 Quarten ist log 3,55630,

der log der Länge des zusammengesetzten Secundenpendels in Nürnberg von 660,75 Linien ist
log 2,82004

log der Länge von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ log 1,12010

3,94014

$\frac{1}{2}$ log 3,94014 1,97007

log 1,58623.

Wird zu obigem Logarithmus der log von $\sqrt{2}$ = log 0,15052 addirt, so erhält man log 1,73675. Dieser gibt den log für die wirkliche Schwingungsdauer durch die Gravitation, sowie für die reducirte magnetische Schwingungsdauer der Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$, welchen Werth man daher in der Gleichung einzusetzen hat. Bezeichnet man daher den log der Schwingungsdauer der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 oder von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ mit c_0, so ist log c_0 = log 1,73675.

Ferner aber ist:

Wenn das Volumen abnimmt, so nimmt die Schwingungsdauer eines magnetischen Würfels im Verhältnifs von $\sqrt[3]{V} . V . \sqrt[18]{V} = \sqrt[18]{V^7}$ ab. Wenn nun das Volumen des magnetischen Würfels von 8½ Loth bis zur Gröfse von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ abnimmt, und man dividirt die reduzirte magnetische Schwingungsdauer des Würfels durch die angezeigte Gröfse, so mufs der Werth von c_0 herauskommen.

Der log der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer des Würfels von $8\frac{1}{2}$ Loth ist 4,29555,

hievon ab $\frac{7}{18}$ log von $\frac{V}{\frac{1}{V}} = \frac{6{,}57981 \times 7}{18}$ 2,55881

1,73674,

daher $\log c_0 = 1{,}73674$, wie oben.

Bei demselben Magnet ist der log der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer einer Cubiklinie $= 3{,}04353$,

hievon ab $\frac{7}{18}$ log von $\frac{1}{v} = \frac{3{,}36030 \times 7}{18}$ $= 1{,}30679$

1,73674,

$\log c_0 = 1{,}73674$, wie oben.

Setzen wir nun in die Gleichung statt der Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie die reduzirte Schwingungsdauer der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ und bezeichnen wir dieselbe durch c_0, die Gröfse dieser Volumeneinheit mit $\frac{1}{\mathfrak{v}}$, so erhalten wir für die reduzirte Schwingungsdauer eines magnetischen Würfels die Gleichung

$$t = c_0 \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \cdot \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \cdot \sqrt[18]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(VIII)}$$

$$t^2 = c_0^2 \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \cdot \sqrt[9]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

und für die Schwingungsdauer eines langen Magnetstabes erhalten wir die Gleichung:

$$t = c_0 \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \cdot \frac{\sqrt[6]{1}}{\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(IX)}$$

$$t^2 = e_0^2 \sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{1}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}}$$

aus welcher Gleichung sich sogleich ergibt, dafs das Drehungsmoment, welches von der Länge abhängt, durch die Function von $\frac{\sqrt[3]{1}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}}$ bestimmt wird. Zugleich sehen wir aber auch, dafs die Gröfse des Magnetismus

oder das Tragverhältnifs eines Magnetstabes durch die Cubikwurzel aus der Anzahl der Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit = 1 bestimmt wird.

Bei der Schwingungsdauer ist zur Bestimmung der Gröfse des Magnetismus die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 die Einheit, ebenso wie bei Bestimmung des Tragverhältnisses die Volumeneinheit vom Tragverhältnifs = 1 die Einheit ist; denn aus beiden Einheiten ist die Gröfse ihres Magnetismus durch ihre Cubikwurzel bestimmt.

A) Der Magnetstab Nr. 18 von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht und 8,32 Secunden Schwingungsdauer hat nach den Versuchen das 15,06 fache Tragverhältnifs; hievon ist der log 1,17779,

bei demselben ist $\log \frac{V}{\frac{1}{v}} = \log 6{,}57981$;

wird zu obigem $\frac{1}{3}$ log . 6,57981 addirt 2,19327,

so erhält man den log 3,37106,

welcher Logarithmus für das Tragverhältnifs der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 oder für $\frac{1}{v}$

das 2350 fache Tragverhältnifs

gibt, welches Tragverhältnifs alle diese Volumeneinheiten in Nürnberg haben, und somit ist durch die Gröfse von $\frac{1}{v}$ auch das Tragverhältnifs des Magnetstabes gegeben. Später werden wir auch finden, dafs an ein und demselben Ort jede Volumeneinheit vom Tragverhältnifs = 1 eine bestimmte und unveränderliche Anzahl Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit = 1 enthält.

Wir wollen nun die angegebenen Gleichungen durch einige Beispiele erläutern.

Bei dem Magnetstab Nr. 18 von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht, 144 Linien Länge und

8,32 Secunden

Schwingungsdauer ist

$\log V$	3,21952,
$\log \frac{1}{v}$	3,36030,
$\log$ von $\frac{V}{\frac{1}{v}}$	6,57982,
$\log$ von $\sqrt[3]{\frac{1}{v}}$	1,12010,

log von l von 144 Linien 2,15836,
log von c_0 1,73675.

Wir erhalten daher für die Schwingungsdauer dieses Stabes nach der Gleichung (IX) folgende Werthe:

log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,19327,
log von $\sqrt[6]{l}$ von $\sqrt[6]{144}$	0,35972,
log von $\frac{1}{\sqrt[12]{\mathfrak{v}}}$	0,18668,
log von c_0	1,73675,
log t in Quarten	4,47642,
ab log von 3600 Quarten	3,55630,
log t in Secunden	0,92012,

gleich 8,32 Secunden,

welches dieselbe Schwingungsdauer ist, die man aus der Gleichung

$$t = c \cdot \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[6]{l}$$

erhält, wo c die Schwingungsdauer einer Cubiklinie bedeutet.

B) Wir wollen nun die Gröfse des Magnetismus und das Tragverhältnifs eines Magnetstabes bestimmen, der bei gleichem Gewicht von $8\frac{1}{2}$ Loth und gleicher Länge von 144 Linien eine Schwingungsdauer von

9,70 Secunden

hat. Hievon ist der log 0,98702
und in Quarten ist der log 4,54332.

Wenn nun die Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ bestimmt ist, so ist auch die Gröfse des Magnetismus des Stabes, sowie sein Tragverhältnifs bestimmt.

Der log von V ist 3,21952,
man erhält daher nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[6]{l}}$$

für den log von c folgenden Werth:

log t in Quarten		4,54332,
hievon ab		
log von $\sqrt[3]{V}$	1,07317	
log von $\sqrt[6]{l}$ von $\sqrt[6]{144}$ Linien	0,35973	1,43290,
log c in Quarten		= 3,11042.

Der log der wirklichen Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie durch die Gravitation in Quarten ist 2,29680,

der log der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie in Quarten bei diesem Stabe ist 3,11042.

Dieses gibt nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{t_0^2}{t^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

für den log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 1,22044,

für den log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ — 3,66132,

und hiemit ist also die Gröſse des Magnetismus des Stabes sowie sein Tragverhältniſs gegeben.

Es ist bei diesem Stabe

log von V	3,21952,
log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$	— 3,66132
log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$	= 6,88084,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	— 1,22044,
log von l von 144 Linien	2,15836,
log von c_0 in Quarten	1,68658.

Um nicht immer von neuem die Schwingungsdauer von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ aus der Länge des zusammengesetzten Pendels berechnen zu dürfen, darf man sich nur für einen bestimmten Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ den Werth von c_0 anmerken.

Z. B. für den log des Werthes von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} = -$ 1,12010 ist

log c_0 = 1,73675,

es verhält sich daher directe

$$c_0 : c'_0 = \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} : \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}'}}},$$

wodurch man also für

den log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} = -$ 1,22044 den log für c_0 = 1,68658

erhält.

Man erhält daher für die Schwingungsdauer dieses Stabes folgende Werthe:

log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,29361,
log von $\sqrt[6]{1}$ von $\sqrt[6]{144}$	0,35973,
log von $\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}$	0,20351,
log von c_0	1,68658
	4,54333,
ab log von 3600 Quarten	3,55630
	0,98703,

gleich 9,70 Secunden wie hieneben.

Die Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ hat das 2350fache Tragverhältnifs; hievon ist der log 3,37106,
zieht man hievon $\frac{1}{3}$. log 6,88084 ab 2,29361,
so erhält man den log des Tragverhältnisses des Stabes 1,07745,
der Stab hat also das 11,952fache Tragverhältnifs.

C) Wir wollen nun einem Magnetstab von 144 Linien Länge das Gewicht von 17 Loth geben; er soll aber bei diesem Gewicht, das doppelt so grofs wie bei dem Stabe B ist, sein Tragverhältnifs nicht ändern und das

11,952fache Tragverhältnifs

behalten; wie grofs wird seine Schwingungsdauer sein?

Da sich bei allen Magneten, welche bei verschiedenem Volumen gleiches Tragverhältnifs haben, ihre Magnetismen wie die Cubikwurzeln aus ihrem Volumen verhalten, so verhalten sich auch bei den beiden Magnetstäben B und C

die Volumeneinheiten von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ und $\frac{1}{\mathfrak{v}'}$ wie die Volumen V′ und V″; bei dem Stab C ist daher $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}'}}$ im Verhältnifs von $\sqrt[3]{2}$ gröfser als bei dem Stab B und $\frac{1}{3}$. log $\mathfrak{v}'$ ist bei demselben — 1,12010,

daher ist bei demselben c_0 im Verhältnifs von $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}$ gröfser, als bei B und log von c_0 ist bei demselben = 1,73675.

Es ist daher bei dem Magnetstab C

$\log V$	3,52055
$\log \frac{1}{\mathfrak{v}}$	log 3,36030
$\log$ von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$	$= 6,88085,$

und für die Schwingungsdauer dieses Stabes erhalten wir folgende Werthe:

$\log$ von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,29362
$\log$ von $\sqrt[6]{l}$ von $\sqrt[6]{144}$	0,35972
$\log$ von $\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}$	0,18668
$\log$ von c_0 in Quarten	1,73675
	4,57677
ab $\log$ von 3600 Quarten	3,55630
$\log t$ in Secunden	$= 1,02047,$

gleich 10,483 Secunden.

Es verhält sich daher bei Stäben von gleicher Länge, aber von verschiedenem Volumen und gleichem Tragverhältnifs, directe

$$t^3 : T^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}.$$

In Zukunft werden wir für das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus immer das Verhältnifs

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

setzen.

Der Beweis für die Richtigkeit der aufgestellten Gleichungen geht unmittelbar aus den Versuchen hervor; denn aus denselben hat sich ergeben, dafs bei gleichem Werthe von c, bei gleicher Länge die Tragverhältnisse, sowie die Geschwindigkeit der Schwingungen, in dem umgekehrten Verhältnifs zur Cubikwurzel der Masse stehen.

Der Stab A wiegt $8\frac{1}{2}$ Loth, seine Schwingungsdauer ist 8,32 Secunden und er hat

das 15,06 fache Tragverhältnifs.

Der Stab C wiegt 17 Loth und seine Schwingungsdauer ist 10,483 Secunden. Da sich die Geschwindigkeiten der Schwingungen beider Magnetstäbe umgekehrt wie die Cubikwurzel aus ihrem Volumen und

daher umgekehrt wie $\sqrt[3]{2}$ verhalten, so verhalten sich die Tragverhältnisse beider Magnetstäbe ebenfalls so, und der Magnetstab C hat das

11,952 fache Tragverhältnifs;

es ist mithin die Constante oder der Werth von c_0 und $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ in beiden Magnetstäben richtig bestimmt, und es verhält sich bei denselben, weil beide gleiche Constante haben:

$$t : T = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}.$$

Vergleichen wir die Schwingungsdauer der Magnetstäbe A und B miteinander, welche gleiches Volumen und gleiche Länge haben, so sieht man, dafs sich directe verhält:

$$c_0^2 : C_0^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}},$$

dafs sich aber umgekehrt verhält:

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = c_0^2 : C_0^2$$

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = n : N;$$

vergleicht man aber die Schwingungsdauer dieser beiden Stäbe mit der Anzahl der Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$, welche sie besitzen, so verhält sich directe:

$$\sqrt{t^3} : \sqrt{T^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}},$$

weil bei gleichem Gewicht die Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ sich umgekehrt verhält wie

$$\frac{1}{\mathfrak{V}} : \frac{1}{\mathfrak{v}}.$$

Vergleicht man aber die Schwingungsdauer der beiden Magnetstäbe B und C miteinander, welche bei gleicher Länge aber verschiedenem Volumen gleiches Tragverhältnifs haben, so verhält sich bei denselben ebenfalls wie bei allen Magneten directe:

$$c_0^2 : C_0^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}};$$

es verhält sich aber directe:

$$t^3 : T^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$t^3 : T^3 = \sqrt[3]{\mathfrak{v}} : \sqrt[3]{\mathfrak{V}}$$

$$t^3 : T^3 = c_0^2 : C_0^2.$$

Aus den berechneten Beispielen ersieht man sogleich, warum die angezeigten Verhältnisse stattfinden. Soll sich nämlich hier directe

$$t^2 : T^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

verhalten, so mufs sich verhalten

$$l : L = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

oder

$$\sqrt{l} : \sqrt{L} = \sqrt[6]{v} : \sqrt[6]{V},$$

und es mufs

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}} = \frac{L}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}}}}$$

oder

$$\frac{\sqrt{l}}{\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}} = \frac{\sqrt{L}}{\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{V}}}}$$

sein. Bei gleichen Längen ist aber hier bei dem gröfseren und stärker magnetischen Stabe

$$\frac{\sqrt{L}}{\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{V}}}} \text{ kleiner als } \frac{\sqrt{l}}{\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}}$$

und dieses zeigt, warum hier das directe Verhältnifs

$$t^3 : T^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

stattfindet. Man ersieht daraus deutlich, dafs die Function

$$\frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}}$$

dasjenige Drehungsmoment des Magnetstabes bestimmt, welches von der Länge abhängt.

Vorzüglich merkwürdig sind die Functionen der Zeiten, welche bei bestimmten Volumen und Längeneinheiten für das Verhältnifs der Schwingungsdauer stattfinden.

1) Wenn die Magnete bei gleicher Constante Würfel sind und verschiedenes Volumen besitzen, so verhält sich

$$\sqrt[9]{V^7} : \sqrt[9]{V^7} = t^2 : T^2.$$

2) Wenn die Magnete Stäbe sind und bei gleicher Constante und gleicher Länge verschiedenes Volumen besitzen, so verhält sich

$$\sqrt[3]{V^2} : \sqrt[3]{V^2} = t^2 : T^2.$$

3) Wenn die Magnete Würfel sind und bei verschiedenem Volumen gleiches Tragverhältnifs besitzen, so verhält sich

$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

$$t^2 : T^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$t^2 : T^2 = c_0^2 : C_0^2.$$

4) Wenn die Magnete Würfel von gleichem Volumen oder auch Stäbe von gleichem Volumen und gleicher Länge sind, aber verschiedenes Tragverhältnifs besitzen, so verhält sich:

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = n : N$$

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = c_0^2 : C_0^2.$$

5) Wenn die Magnetstäbe bei gleicher Länge, aber verschiedenem Volumen, gleiches Tragverhältnifs besitzen, so verhält sich:

$$t^3 : T^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$t^3 : T^3 = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

$$t^3 : T^3 = c_0^2 : C_0^2.$$

Die Richtigkeit dieser Verhältnisse haben wir im vorhergehenden durch hinreichende Beispiele nachgewiesen.

Bei der Schwingungsdauer ist die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ die Einheit für die Bestimmung der Gröfse des Magnetismus, und für das Tragvermögen ist es das Volumen vom Tragverhältnifs $= 1$; bei beiden Einheiten ist die Gröfse ihres Magnetismus durch die Cubikwurzel aus ihrem Volumen bestimmt.

Weil die Gleichung

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T} . \sqrt{2}}{t}\right)^9}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\mathfrak{v}} \qquad \sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T} . \sqrt{2}}{t}\right)^3}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

von besonderer Wichtigkeit ist, indem durch dieselbe die Lehre des Magnetismus wissenschaftlich begründet wird, und alles, was auf die magnetischen Momente und die Geschwindigkeit der Bewegung eines Magnetstabes durch den Erdmagnetismus Bezug hat, mit derselben Consequenz streng mathematisch, wie in der Mechanik, nachgewiesen werden kann, so ist es nothwendig, dafs der Begriff und der Inhalt obiger Gleichung deutlich und klar auseinander gesetzt wird. Vorerst ist zu bemerken, dafs obige Gleichung blos mittelst der Versuche aufgefunden wurde und aus den bisher bekannten Gesetzen des Gleichgewichts und der Bewegung gar nicht abgeleitet werden kann, weil die Functionen

des Magnetismus von denen in der Statik und Dynamik verschieden sind, und auf einem neuen Gesetze beruhen, das neue Begriffe in die Wissenschaft einführt, daher auch die Gleichungen Ausdrücke enthalten, die jedem Mathematiker und Analytiker so lange unverständlich sein müssen, als er selbst mit den Functionen des Magnetismuses unbekannt ist.

Bei Untersuchung der Schwingungsdauer haben wir jederzeit das Volumen des Magnets gesetzt, so dafs also weder das Gewicht noch die Schwere der Masse dabei in Betracht kam; die Masse wurde an und für sich als träge betrachtet, denn wenn sie nicht magnetisch ist, so wird sie auch nicht von dem Erdmagnetismus bewegt, und sie wird von demselben blos im Verhältnifs ihres gröfseren oder geringeren Magnetismus schneller oder langsamer bewegt. Es wurden also nur die Functionen bestimmt, welche für die Geschwindigkeit stattfinden, wenn anstatt

$$S = V$$

$$S = \sqrt[3]{V^2}$$

ist. Wenn daher die reduzirte magnetische Schwingungsdauer eines magnetischen Würfels mit der wirklichen Schwingungsdauer seiner Masse durch die Gravitation verglichen wird, so dient die letztere als Maafs zur Bestimmung der Gröfse des Magnetismus, und da, wo mit Abnahme der Masse beide Schwingungsdauer einander gleich werden, ist bei der Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$

$$\frac{\mathfrak{T} \,.\, \sqrt{2}}{\frac{t}{\sqrt{2}}} = 1 \quad \text{daher} \quad \mathfrak{T} \,.\, \sqrt{2} = \frac{t}{\sqrt{2}} \text{ oder } \frac{t}{\sqrt{2}} = c_0$$

und man kann für c_0 auch $\mathfrak{T} \,.\, \sqrt{2}$ in die Gleichung setzen; man sieht, wie durch das Verhältnifs der Geschwindigkeiten der Masse vermittelst der Gravitation und des Erdmagnetismus, die Gröfse des Magnetismus der Masse bestimmt wird. So ist z. B. der log der wirklichen magnetischen Schwingungsdauer des Stabes Nr. 18 von $8\frac{1}{2}$ Loth als Cubus in Quarten 4,44607,
hievon ab log von $\sqrt{2}$ 0,15051,

log von $\frac{t}{\sqrt{2}}$ oder der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer 4,28556.

Der log der wirklichen Schwingungsdauer dieses Cubus durch die Gravitation in Quarten ist 2,83338.
Nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2}}{t}\right)^9}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\mathfrak{v}}$$

erhalten wir daher für den log der Anzahl aller Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ oder für log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ 6,57981.

Wenn nun das Volumen dieses magnetischen Würfels bis zur Gröfse von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ abnimmt, so nimmt die reduzirte magnetische Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[18]{\frac{V^7}{\frac{1}{\mathfrak{v}^7}}}$ und der log der Schwingungsdauer von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ oder von $c_0 = \mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2}$ in Quarten ist 1,73675.

Die wirkliche magnetische Schwingungsdauer dieses Würfels durch die Gravitation nimmt aber im Verhältnifs von $\sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ ab und es ist log von $\mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2}$ bei $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ in Quarten ebenfalls 1,73675.

Hieraus sieht man, wie alle Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ oder von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ das 2350 fache Tragverhältnifs in Nürnberg haben, weil sich jederzeit bei denselben

$$t^2 : T^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}}$$

verhält. Dieses geht schon aus dem einfachen Satz hervor, dafs, wenn der Erdmagnetismus in eine gröfsere Volumeneinheit mit derselben Stärke wirken soll, wie in eine kleinere, der Magnetismus der Masse im Verhältnifs der Cubikwurzel des Volumens zunehmen mufs. Aus den Versuchen hat sich ergeben, dafs bei dem Magnetstab Nr. 18 von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht, 12 Zoll Länge und 8,32 Secunden Schwingungsdauer $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ das 2350 fache Tragverhältnifs hat; folglich haben alle Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ in Nürnberg dieses Tragverhältnifs. Hieraus folgt noch weiter, dafs an ein und demselben Ort alle Volumeneinheiten von dem Tragverhältnifs $= 1$ ein und dieselbe Anzahl Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ enthalten, denn weil in Nürnberg jede

Volumeneinheit von der Gröfse $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ das 2350fache Tragverhältnifs hat, so ist

$2350^3 = 12977875000$ = der Anzahl der Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$, welche in Nürnberg jedes Volumen vom Tragverhältnifs $= 1$ enthält. Mithin ist durch das Volumen vom Tragverhältnifs $= 1$ auch der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$, mithin die Schwingungsdauer des Magnetstabes gegeben. Es ist

$$2350 = \text{Constante} = N'' = \sqrt[3]{\frac{V''}{\frac{1}{\mathfrak{v}''}}},$$

wenn $\frac{V''}{\frac{1}{\mathfrak{v}''}}$ die Anzahl der Volumeneinheiten der Geschwindigkeit $= 1$ vom Tragverhältnifs $= 1$ bezeichnet und daher ist durch das Tragverhältnifs eines Magnets auch der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$, mithin seine Schwingungsdauer als Stab bestimmt. Denn ist

n das Tragverhältnifs eines Magnets,
V das Volumen desselben in französischen Cubiklinien,

so ist

$$\frac{n \cdot \sqrt[3]{V}}{N''} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} \text{ oder } \frac{n \cdot \sqrt[3]{V}}{\sqrt[3]{\frac{V''}{\frac{1}{\mathfrak{v}''}}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}.$$

Es hat der Magnetstab Nr. 18 von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht und 12 Zoll Länge das 15,06fache Tragverhältnifs; hievon ist der log 1,17776,
der log von V in franz. Cubiklinien ist 3,21952,
der log von 2350 oder von der Constante oder von N'' oder

von $\sqrt[3]{\frac{V''}{\frac{1}{\mathfrak{v}''}}}$ ist 3,37106,

dieses ab von $\log n + \log \sqrt[3]{V}$ 2,25096,

gibt: log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 1,12010,

welcher derselbe log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ ist, der aus der Schwingungsdauer dieses Stabes vermittelst der Gleichungen

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[3]{l}} \text{ und}$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2}}{t}\right)^3}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$$

erhalten wird.

In der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$

ist $\frac{1}{v}$ oder das Volumen oder die Masse $= 1$

$\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ oder die Gröfse des Magnetismus $= 1$

n oder das Tragverhältnifs $= 1$

S oder t oder die Geschwindigkeit $= 1$

der Erdmagnetismus $= 1$

die Gravitation oder die Schwere $= 1$.

Unter diesen sechs Einheiten sind drei Gröfsen enthalten, die sich ändern können, wovon wir später bei Aenderung derselben die Functionen werden kennen lernen.

Wir finden nicht für nothwendig, den Grund anzugeben, warum sich nur aus dem Verhältnifs der reduzirten und nicht der wirklichen Schwingungsdauer eines magnetischen Würfels die Gröfse seines Magnetismus bestimmen läfst, weil sich derselbe hinreichend aus den Versuchen zu erkennen gibt. Jetzt erst sind wir im Stande, zur nähern Bestimmung des Drehungs-Momentes eines Magnetstabes zu schreiten.

Das Drehungs-Moment eines Magnetstabes ist von vier Bedingungen abhängig:

1) von seiner Masse oder von seinem Volumen,
2) von der Gröfse seines Magnetismus,
3) von seiner Länge,
4) von dem Trägheits-Moment seiner Masse.

Die Schwingungsdauer eines Magnetstabes wird durch zwei Ursachen bestimmt; erstens von dem Trägheits-Moment seiner Masse, wo

t^2 bezüglich der Länge im Verhältnifs von l

steht, und zweitens von der Wirkung des Erdmagnetismus in das Volumen der Masse, welche im Verhältnifs von $\sqrt[3]{V^2}$ steht, und deren Wirkung durch $\sqrt[3]{V}$ bestimmt ist, wo daher

t^2 bezüglich der Länge im Verhältnifs von $\sqrt[3]{l}$

steht, wie aus den Versuchen deutlich hervorgeht. Den Namen Moment der Trägheit gibt man dem Producte einer Masse in das Quadrat der Entfernung vom Bewegungs- oder Umdrehungs-Punkt. Da wir für die Masse das Volumen setzen, so ist das Trägheits-Moment der Masse dem Product l^2 V proportional. Nun ist aber bei einem Magnetstab die Vo-

lumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ oder die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ die Einheit, es mufs daher das Volumen des Magnetstabes in solchen Volumeneinheiten, und die Länge in solchen Längeneinheiten ausgedrückt werden, und das Trägheits-Moment des Volumens der Masse wird durch das Product $\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ bestimmt, welches Product ebenso grofs ist, als das Product $l^2 . V$.

Nun zeigt aber die Gleichung

$$t^2 = c_0^2 \sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{\mathfrak{v}^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(IX)}$$

dafs alle Functionen des Magnetismus bezüglich der Länge Cubikwurzeln aus derselben sind, und durch die Function von $\frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}}$ bestimmt werden. Es wird daher das magnetische Moment, welches von der Länge abhängt, durch die Function

$$\sqrt[3]{\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}}} = \frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}}$$

bestimmt. Die Gröfse des Magnetismus, die in das Volumen der Masse des Stabes wirkt, ist durch die Function von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ bestimmt. Es wird daher das magnetische Moment des Stabes durch das Product

$$\sqrt[3]{\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} = \frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

bestimmt; nun zeigen aber die Versuche, dafs

t^2 nur so lange eine Function von $\sqrt[3]{V^2} . \sqrt[3]{l}$

oder t „ „ „ „ „ „ $\sqrt[9]{V} . \sqrt[9]{l}$ bleibt,

als $\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}}$ nicht gröfser als $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ daher

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[8]{v}}} \quad \text{nicht gröſser als} \quad \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \quad \text{und}$$

$$\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[8]{v^2}}} \quad „ \quad „ \quad „ \quad \frac{V}{\frac{1}{v}}$$

wird, und die Versuche haben gezeigt, daſs, wenn die Länge eines Magnetstabes bei unveränderter Masse m mal gröſser wird, als es das Verhältniſs

$$\frac{\sqrt[8]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[8]{v^2}}} \quad \text{zu} \quad \sqrt[8]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

angibt,

t^2 auſser der gewöhnlichen Function von $\sqrt[8]{m}$ noch im Verhältniſs von $\sqrt[8]{m^4}$

also t auſser der gewöhnlichen Function von $\sqrt[8]{m}$ noch im Verhältniſs von $\sqrt[8]{m^2}$

länger wird. Wir könnten uns daher mit diesem Beweis in Hindeutung auf die Versuche begnügen. Weil man aber den Grund nicht deutlich einsieht, warum an dieser Grenze durch Vergröſserung der Länge diese plötzliche Aenderung in der Schwingungsdauer stattfindet, so werden wir den Beweis davon angeben.

Das magnetische Moment des Magnetstabes wird durch das Product

$$\frac{\sqrt[8]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[8]{v^2}}} \cdot \sqrt[8]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

bestimmt. Das Massen-Moment des Magnetstabes wird aber durch das Product

$$\frac{l^2}{\sqrt[8]{v^2}} \cdot \frac{V}{\frac{1}{v}}$$

bestimmt, und wir erhalten daher die Proportion:

$$\frac{\sqrt[8]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[8]{v^2}}} : \frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[8]{v^2}}} = \sqrt[8]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} : \frac{V}{\frac{1}{v}}.$$

Weil nun die Geschwindigkeit, mit welcher der Magnetstab von dem Erdmagnetismus bewegt wird, von dem Verhältniſs der Gröſsen

$\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} : \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ bestimmt wird, so müssen sich nach den Gesetzen der Dynamik die Functionen beider Gröfsen umgekehrt wie die Functionen in die Quadrate der Länge verhalten, wenn das Product beider Functionen gleich sein soll.

Wir erhalten daher die Gleichung

$$\left[\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}\right] = \left[\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}\right] \quad (\dagger)$$

In dieser Gleichung ist das Product linker Hand dem Product rechter Hand gleich, und sie zeigt daher, dafs, wenn ein Magnetstab diejenige Länge erreicht hat, wo diese Producte einander gleich sind, auch die magnetische und Massen-Momente einander gleich sind. So lange daher das Product linker Hand, welches in dieser Gleichung angegeben ist, gröfser ist als das Product rechter Hand, so ist $\frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}}$ eine Function von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$, und diese Function währt so lange, bis beide Producte einander gleich werden; daher die Gleichung

$$t^2 = c_0^2 \sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}}$$

so lange stattfindet, bis beide Producte einander gleich sind, oder bis die magnetischen und Massen-Momente einander gleich oder im Gleichgewicht sind. Man sieht aber, dafs in der Gleichung (†) das Product linker Hand, im Vergleich zum Product rechter Hand, desto gröfser ist, je kürzer bei ein und demselben Volumen der Magnetstab ist, und dafs das Product linker Hand, im Vergleich zu dem Product rechter Hand, desto kleiner wird, je länger der Magnetstab wird.

In der Gleichung

$$\left[\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{v^2}}} \cdot \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}\right] = \left[\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}\right] \quad (\dagger)$$

ist $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}} = \frac{l^2}{\frac{1}{\mathfrak{v}^2}}$. Man erhält daher für das Gleichgewicht der magnetischen und Massen-Momente folgende Gleichungen:

$$\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} = \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} = \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}} \quad (*)$$

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}},$$

wo in letzterer Gleichung das Gleichgewicht beider Momente durch die Länge des Magnetstabes bestimmt ist.

Wir wollen nun untersuchen, wie sich die Functionen der Zeiten verhalten, wenn an dieser Grenze die Länge vergröſsert und dadurch das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente aufgehoben wird. Hier wollen wir bemerken, daſs wir wie immer für das Verhältniſs der Momente das Verhältniſs der Quadrate der Zeiten setzen, weil diese im Verhältniſs von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ stehen.

Wird bei unveränderlichem Volumen und unveränderlichem Magnetismus an dieser Grenze die Länge m mal vergröſsert, so findet, wie es die Versuche gezeigt haben, in der Schwingungsdauer eine plötzliche Aenderung oder ein Sprung statt, und wir erhalten für das Verhältniſs der magnetischen und der Massen-Momente folgende Proportion:

$$\left[\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \,.\, \sqrt[3]{m^2} \,.\, \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}\right] : \left[\frac{l^2}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}} \,.\, m^2 .\, \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}\right] = 1 : \sqrt[3]{m^4};$$

es ist hier also das Product rechter Hand im Verhältniſs von $\sqrt[3]{m^4}$ grösser als das Product linker Hand, und dieses zeigt an, daſs an dieser Grenze durch m malige Vergröſserung der Länge des Magnetstabes das Massen-Moment im Verhältniſs von $\sqrt[3]{m^4}$ gröſser ist, als das magnetische Moment, daher auch das Quadrat der Schwingungsdauer in diesem Verhältniſs gröſser ist, wodurch auſser der gewöhnlichen Function von $\sqrt[3]{m}$ die Gleichung (IX) in folgende übergeht:

$$t^2 = c_0^2 \sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}} \cdot \sqrt[3]{m} \cdot \sqrt[3]{m^4}$$

$$t = c_0 \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}} \cdot \frac{\sqrt[6]{l}}{\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}} \cdot \sqrt[6]{m} \cdot \sqrt[3]{m^2}\,.$$

Man sieht aber, dafs t^2 und t eben so grofs ist, und denselben Werth hat, als wenn mit m maliger Vergröfserung der Länge das Volumen der Masse m^2 mal gröfser geworden wäre, weil alsdann die Gleichung ist:

$$t^2 = c_0^2 \sqrt[3]{\frac{V^2 . m^2\, m^2}{\frac{1}{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{l} . \sqrt[3]{m}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}}$$

$$t = c_0 \sqrt[3]{\frac{V . m\, m}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \cdot \frac{\sqrt[6]{l} . \sqrt[6]{m}}{\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}}$$

und beide Magnetstäbe haben bei gleicher Länge gleiche Schwingungsdauer, obgleich das Volumen des einen Stabes m^2 mal gröfser ist, welches zu erkennen gibt, dafs an dieser Grenze durch Verminderung des Volumens sich die Schwingungsdauer nicht ändert; so wie aber an dieser Grenze das Volumen im Verhältnifs des Quadrats der Länge wächst, so bleiben die magnetischen und die Massen-Momente in Hinsicht des Drehungs-Momentes des Magnetstabes im Gleichgewicht.

Aus der Gleichung (*) sieht man also, dafs, wenn

$$\frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}} \text{ gröfser ist als } \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}} \quad \text{„ „ „} \quad \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} \quad \text{„ „ „} \quad \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \quad \text{„ „ „} \quad \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$$

aus der Gleichung

$$t = c \cdot \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[6]{l}$$

der Werth von c nicht bestimmt werden kann, weil in t jederzeit die unbekannte Function von dem Verhältnifs, um welches die Länge zu grofs oder das Volumen zu klein ist, enthalten ist.

Um diese Functionen noch deutlicher darzustellen und die Wirkungen des Erdmagnetismus in einem Magnetstab noch anschaulicher zu machen, so wollen wir statt des Volumens die Länge und den Querschnitt in die Gleichung setzen; alsdann ist dieselbe:

$$t^2 = c_0 \frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{v^2}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{w^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{v^4}}} \cdot \frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{v}}}.$$

Nach der Gleichung (†) halten sich die magnetischen und die Massen-Momente in Hinsicht auf das Drehungs-Moment des Magnetstabes dann das Gleichgewicht, wenn

$$\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{v^2}}} = \sqrt[8]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \quad \text{oder wenn} \quad \frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist. Ist nun dieses der Fall, so ist

$$\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{v^2}}} = \frac{\sqrt[3]{w^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{v^4}}} \quad \text{oder es ist} \quad \frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \frac{w}{\frac{1}{\sqrt[3]{v^2}}}$$

und es zeigt sich, dafs die magnetischen und die Massen-Momente dann im Gleichgewicht sind, wenn die Producte aus den Längen den Producten in dem Querschnitte gleich sind. Diese Gleichheit der Producte entsteht aber dadurch, dafs die Wirkung derjenigen Gröfse, welche die Gröfse des Magnetismus bestimmt, mithin die Function von $\frac{1}{v}$ in dem Querschnitte das Quadrat von derjenigen ist, welche auf die Länge wirkt. Wird nun an dieser Grenze die Länge vergröfsert, so wird das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente aufgehoben. Wird z. B. an dieser Grenze bei unveränderlichem Volumen und unveränderlichem Magnetismus die Länge des Magnetstabes m mal vergröfsert, so wird die Länge m mal gröfser und der Querschnitt m mal kleiner. Das Product für das magnetische Moment in der Länge wird daher:

$$\frac{\sqrt[3]{l^2} . \sqrt[3]{m^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{v^2}}}$$

das Product für den Querschnitt wird:

$$\frac{\frac{\sqrt[3]{w^2}}{\sqrt[3]{m^2}}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^4}}}.$$

Das Product für das magnetische Moment in der Länge ist daher im Verhältnifs von $\sqrt[9]{m^4}$ gröfser als dasjenige in dem Querschnitte, und dadurch wird das Drehungsmoment des Magnetstabes auch in diesem Verhältnifs kleiner, und t^2 wird aufser der gewöhnlichen Function von $\sqrt[9]{m}$ noch im Verhältnifs von $\sqrt[9]{m^4}$ länger und geht daher an dieser Grenze in die Function von

$$t^2 . \sqrt[3]{m} . \sqrt[3]{m^4} = t^2 . \sqrt[9]{m^5}$$

über; wenn aber das Volumen im Verhältnifs des Querschnitts oder im Verhältnifs des Quadrats der Länge zunimmt, so verändert der Magnetstab seine Schwingungsdauer nicht, die magnetischen und Massen-Momente sind aber alsdann im Gleichgewicht, wie dieses die Versuche gezeigt haben. Für das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente erhalten wir daher noch folgende Gleichungen:

$$\frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}} = \frac{\sqrt[3]{w}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}} = \frac{\sqrt[3]{w^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^4}}}$$

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \frac{w}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}}$$

$$\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} = \frac{w^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^4}}}$$

Diese Gleichungen geben deutlich zu erkennen, in welchem Verhältnifs der Erdmagnetismus in den Magnetstab wirkt, und sie bestimmen zugleich die Grenze, wo bei einer Vergröfserung der Länge oder Verminderung der Masse

t aufhört eine Function von $\sqrt[3]{V} . \sqrt[6]{l}$ oder von $\sqrt{l} . \sqrt[3]{w}$ zu sein. So lange daher der Werth

$$\text{von } \frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} \text{ kleiner ist als } \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}},$$

so kann aus der Gleichung $c = \dfrac{t}{\sqrt[3]{V}\,.\,\sqrt[3]{l}}$

der Werth von c bestimmt werden; wenn aber der Werth

$$\text{von } \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} \text{ gröfser ist als } \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}},$$

so kann aus obiger Gleichung der Werth von c nicht bestimmt werden. Denn an der Grenze, wo

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

ist, ändert sich, wie die Versuche es auch gezeigt haben, durch Verminderung der Masse die Schwingungsdauer nicht, der Werth von t entspricht daher einer gröfseren Masse, als diejenige ist, welche er besitzt, und dadurch wird der Werth von c oder die Schwingungsdauer einer Cubiklinie gröfser, als sie wirklich ist, welches zur Folge hat, dafs nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2}}{t}\right)^3}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

der Werth von $\dfrac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ und daher auch der Werth von c_0 zu klein wird.

Wir werden daher Magnetstäbe, bei denen der Werth von

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} \text{ gröfser ist als } \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}},$$

bei denen also ihr Magnetismus aus ihrem Volumen nicht bestimmt werden kann, Stäbe nennen, welche zu l e i c h t sind; dagegen Magnetstäbe, bei denen der Werth von

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} \text{ kleiner ist als } \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}},$$

wo daher ihr Magnetismus aus ihrem Volumen bestimmt werden kann, werden wir Stäbe nennen, welche h i n r e i c h e n d e M a s s e haben.

Wir wollen nun untersuchen, warum an der bezeichneten Grenze, wie es die Versuche gezeigt haben, durch Verminderung der Masse sich die Schwingungsdauer eines Magnetstabes nicht ändert. Hiezu dient nun ebenfalls die Gleichung

$$\left[\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}\right] = \left[\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}\right] (\dagger).$$

Wird an dieser Grenze bei unveränderter Länge das Volumen m mal vermindert, so erhalten wir folgende Proportion:

$$\left[\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \frac{\frac{V}{m}}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}\right] : \left[\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\frac{V}{m}}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}\right] = 1 : \sqrt[3]{m^2}.$$

In dieser Proportion ist das Product rechter Hand im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m^2}$ gröfser als das Product linker Hand; allein man sieht sogleich daraus, warum sich hier durch Verminderung der Masse die Schwingungsdauer nicht ändert. Wenn nämlich an der bezeichneten Grenze die Masse m mal abnimmt, so nimmt die Wirkung des Magnetismus in dem Magnetstab im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$ zu, und der Erdmagnetismus wirkt in die Masse oder in jedes Längenelement im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$ stärker, und da die Länge unverändert geblieben ist, so wird das magnetische Moment $\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}}$ im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m^2}$ gröfser, die magnetischen und die Massen-Momente bleiben daher im Gleichgewicht, und die Schwingungsdauer ändert sich daher hier durch Verminderung der Masse nicht. Dieses gibt sich deutlich aus den beiden Gleichungen für das Gleichgewicht der magnetischen und Massen-Momente

$$\frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \frac{\sqrt[3]{w}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} = \frac{\frac{\sqrt[3]{w^2}}{1}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^4}}}$$

zu erkennen. Wird an dieser Grenze bei unveränderlicher Länge das Volumen m mal vermindert, so wird der Querschnitt m mal kleiner, das Product in dem Querschnitte ist daher im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$ kleiner, als dasjenige in der Länge, und die Quadratwurzel aus dem Massen-Moment ist daher auch in diesem Verhältnifs gröfser, und die Schwingungsdauer sollte nach der Gleichung im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$ gröfser sein, allein wenn die Masse oder der Querschnitt m mal kleiner wird,

so wird die Wirkung des Magnetismus $\sqrt[3]{m}$ mal gröſser. Der Erdmagnetismus wirkt daher auch in die Masse des Magnetstabes im Verhältniſs von $\sqrt[3]{m}$ stärker, und die Function von $\frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}}$ nimmt daher in diesem Verhältniſs zu, und die Schwingungsdauer ändert sich daher hier durch Verminderung der Masse oder des Volumens nicht. Derselbe Beweis gilt auch für die zweite Gleichung, nur daſs sich da das Quadrat der Schwingungsdauer nicht ändert. Der Beweis läſst sich aber noch auf eine andere Art führen.

Bei der Masse sind alle Wirkungen im Verhältniſs von V, bei dem Magnetismus sind aber dieselben im Verhältniſs von $\sqrt[3]{V^2}$. Es sind nun bei diesem Verhältniſs der Wirkungen, bei der Länge des Magnetstabes die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht. Wird nun an dieser Grenze bei unveränderter Länge das Volumen m mal vermindert, so wird das Massenmoment im Verhältniſs von m, das magnetische Moment aber im Verhältniſs von $\sqrt[3]{m^2}$ kleiner, beide Momente ändern sich daher durch Verminderung der Masse im gleichen Verhältniſs; sie bleiben daher auch im Gleichgewicht, und die Schwingungsdauer des Magnetstabes bleibt unverändert.

Wird daher bei einem Magnetstab, wo

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist, an dieser Grenze bei unveränderlichem Volumen die Länge m mal vergröſsert, so wird auſser der gewöhnlichen Function von $\sqrt[3]{m}$

t^2 im Verhältniſs von $\sqrt[3]{m^4}$ länger;

wird aber an der bezeichneten Grenze bei unveränderlicher Länge das Volumen m mal vermindert, so ändert sich

t^2 gar nicht;

in beiden Fällen haben die Magnetstäbe nicht hinreichendes Gewicht, sind also zu leicht und es kann daher aus der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[6]{l}}$$

der Werth von c oder die reduzirte Schwingungsdauer einer Cubiklinie nicht bestimmt werden, wie aus den Versuchen hinreichend nachgewiesen worden ist.

Die aufgefundenen Gleichungen sind mittelst der Versuche, daſs die Cubi der magnetischen Wirkungen dem Quadrat der Masse proportional

sind, abgeleitet worden. Da nun die Lehre über das Gesetz des Magnetismus und der daraus entspringenden Momente von der gröfsten Wichtigkeit ist, indem wir dadurch zu neuen Begriffen und zur Kenntnifs noch unbekannter Wahrheiten gelangen, so mufs noch bewiesen werden, dafs die gegebenen Gleichungen nicht auf blosen Hypothesen oder speculativen Einfällen beruhen, sondern den Grund ihrer Wahrheit in sich selbst enthalten.

Aus den Schwingungsversuchen mit 11 Magnetstäben als Nr. 13. 14. 15. 16. 19. 20. 21. 25. 26. 27. 28. hat sich ergeben, dafs, wenn die Länge eines Magnetstabes eine bestimmte Grenze überschreitet, seine Schwingungsdauer viel länger wird, als die Gleichung

$$t = c \,.\, \sqrt[3]{V} \,.\, \sqrt[4]{l}$$

angibt, und wiederum hat sich gezeigt, wenn bei einer bestimmten Länge die Masse eines Magnetstabes vermindert wird, sich seine Schwingungsdauer dadurch nicht verändert, und in beiden Fällen

t keine Function mehr von $\sqrt[3]{V} \,.\, \sqrt[4]{l}$ ist.

Die Schwingungsversuche mit den drei Magnetstäben von

Nr. 18 von $8\frac{1}{2}$ Loth	Nr. 22 $31\frac{3}{4}$ Loth	Nr. 24 $140\frac{1}{2}$ Loth Gewicht
12 Zoll	$25\frac{1}{4}$ Zoll	$49\frac{1}{2}$ Zoll Länge
8,32 Sec.	15,22 Sec.	28,10 Sec. Schwingungsdauer

haben gezeigt, dafs, wenn bei gleichem Werthe von c

t eine Function von $\sqrt[3]{V} \,.\, \sqrt[4]{l}$ bleiben soll,

von der Länge von 12 Zoll an die Gewichte wie die Quadrate der Längen zunehmen müssen, daher hat bei diesen drei Stäben die Länge zu dem Querschnitt gleiches Verhältnifs, und die Länge durch den Querschnitt dividirt oder

$\frac{l}{w}$ ist bei denselben eine constante Gröfse.

Nun wurde bei dem Stabe Nr. 18 von 12 Zoll Länge und $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht diese Länge als die Grenze angenommen, und untersucht, aus welchem Grunde

die Constante $\frac{l}{w}$ vorhanden ist.

Der log des Volumens des Stabes von $8\frac{1}{2}$ Loth ist	3,21952
der log der Länge von 12 Zoll oder von 144 Linien ist	2,15836
daher ist log w	1,06116
und daher ist log l — log w	1,09720

oder die Länge durch den Querschnitt dividirt ist ohngefähr gleich $12\frac{1}{2}$

und dieses ist die Constante. Läfst man nun die Länge und das Volumen dieses Stabes so abnehmen, dafs die Länge durch den Querschnitt dividirt immer $12\frac{1}{2}$ bleibt, oder läfst man mit der Länge das Gewicht des Magnetstabes im Verhältnifs des Quadrats der Länge abnehmen, so erhält man endlich eine Volumeneinheit, nämlich man erhält einen kleinen magnetischen Würfel, dessen Länge ohngefähr $\frac{1}{12\frac{1}{2}}$ Linie lang ist, und dessen Querschnitt ohngefähr $\frac{1}{156}$ Linie beträgt;

es ist daher $\log l = -\ 1{,}09720$
und es ist $\log w = -\ 2{,}19440$

und daher ist $\log l - \log w =$ 1,09720.

Das Volumen dieses kleinen magnetischen Würfels ist ohngefähr $\frac{1}{1953}$ franz. Cubiklinie, genauer in Logarithmen — 3,29160,
und die Länge dieses Würfels ist $\frac{1}{12\frac{1}{2}}$ einer franz. Linie, genauer in Logarithmen — 1,09720.

Wir können nun die reduzirte magnetische Schwingungsdauer dieses kleinen Würfels aufsuchen. Die Schwingungsdauer des Stabes von 144 Linien Länge ist 8,32 Secunden. Diese betragen

29952 Quarten;

hievon ist der log 4,47642.

Nimmt nun Länge und Querschnitt in gleichem Verhältnifs, oder nimmt das Gewicht im Verhältnifs des Quadrats der Länge ab, so nimmt die Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt{l} \cdot \sqrt[3]{w}$ oder $\sqrt[3]{p} \cdot \sqrt[6]{l}$, daher im Verhältnifs von $\sqrt[6]{l^5}$ ab; es ist daher nach der Proportion

$$\sqrt[6]{\left(\frac{144}{\frac{1}{12\frac{1}{2}}}\right)^5} \text{ Linien} : 1 = 29952 \text{ Quarten} : 58 \text{ Quarten};$$

die reduzirte magnetische Schwingungsdauer dieses kleinen magnetischen Würfels gleich

58 Quarten;

hievon ist der log 1,76345.

Nach der Proportion

$$\sqrt{\frac{660{,}75}{\frac{1}{12{,}5}}} \text{ Linien} : 1 = 3600 \text{ Quarten } \sqrt{2} : 56 \text{ Quarten}$$

ist die wirkliche Schwingungsdauer dieses kleinen Würfels durch die Gravitation

56 Quarten;

hievon ist der log 1,74813

Dieses zeigt, dafs bei diesem kleinen magnetischen Würfel die Pendel- und Magnetschwingungen fast zusammenfallen, und dafs also dieser kleine magnetische Würfel beinahe die Geschwindigkeit = 1 hat. Nun ist der log des Volumens von $8\frac{1}{2}$ Loth in franz. Cubiklinien 3,21952

der log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ oder von der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 ist — 3,29160

es ist daher log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ = 6,51112

Dieser log gibt die Anzahl von 3244300 Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit = 1 oder von der Gröfse $\frac{1}{\mathfrak{v}}$, welche der Magnetstab enthält. Die Länge des Stabes mufs nun in Einheiten von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ ausgedrückt werden.

Der log der Länge des Stabes von 144 Linien ist 2,15836

der log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 1,09720

es ist daher log von $\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}$ = 3,25556

Nach den Versuchen fallen aber bei der Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ die Pendelschwingungen mit den magnetischen Schwingungen nicht genau zusammen,

die Schwingungsdauer durch den Erdmagnetismus ist 58 Quarten,
„ „ „ die Gravitation „ 56 „

Wir wollen nun die Ursache dieses Unterschieds nachweisen und zu diesem Zwecke die durch die Versuche gefundenen und durch die Rechnung bestimmten Werthe hieher setzen.

Durch die Versuche wurde bestimmt:

log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ 6,51112

log der Länge von 144 Linien in Einheiten von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ 3,25556

log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ — 3,29160

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	— 1,09720,
log von 58 Quarten von c_0	1,76345.

Durch die Rechnung (siehe Seite 54) wurde bestimmt:

log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$	6,57981,
log der Länge des Stabes in Einheiten von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	3,28991,
log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$	— 3,36030,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	— 1,12010,
log von c_0 von 56 Quarten	1,73675.

Hieraus ersieht man also, woher der Unterschied rührt.

Es ist log der Länge des Stabes in Einheiten von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	3,28991,
hievon ab log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	1,12010,
log der Länge des Stabes in franz. Linien	2,16981,

gleich 147,84 Linien,

nämlich statt 144 Linien ist bei diesem Stabe die Länge, wo die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind,

147,84 Linien

und bei dieser Länge ist seine Schwingungsdauer

8,357 Secunden,

wovon der log ist	0,92203,
in Quarten ist der log	4,47833,

bei dieser Länge und Schwingungsdauer fallen daher Pendel- und Magnet-Schwingungen von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ zusammen, und sie betragen beide

56 Quarten.

Es läfst sich nun der Grund sehr leicht nachweisen, warum die beständige Gröfse

$$\frac{l}{w} = \text{Constante}$$

vorhanden ist, denn es ist an dieser Grenze

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \frac{w}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} \qquad l = \frac{w}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} \qquad \frac{l}{w} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} \qquad \frac{l}{w} = \text{Constante}$$

und es bedarf keines Beweises, dafs, so verschieden auch der Zahlenwerth wird, wenn man sich anderer Maafseinheiten zur Bestimmung des Volumens des Magnets bedient, doch

die Constante $\frac{1}{w}$.

einerlei Gröfse behält. Bei der Länge von 147,84 Linien ist daher

der log von $\frac{1}{w}$ = log von $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = -1,12010$.

Wäre der Magnetstab statt 144 Linien 147,84 Linien lang gewesen, so würde auch die Constante $\frac{1}{w}$ oder der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ genau richtig bestimmt worden sein; wir sind demnach bei den Versuchen dieser Grenze bis auf 3,84 Linien nahe gekommen. Die Werthe, die wir durch die Versuche gefunden haben, weisen daher als Thatsache nach, dafs t aufhört, eine Function von $\sqrt[3]{V} . \sqrt[6]{l}$ zu sein, so wie

das Product von $\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}}$ gröfser als das Product $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$

wird, und dafs an dieser Grenze durch Vergröfserung der Länge ein plötzlicher Sprung an der Schwingungsdauer stattfindet, indem dieselbe aufser der gewöhnlichen Function von $\sqrt[6]{\frac{L}{l}}$ noch im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\left(\frac{L}{l}\right)^2}$ länger wird, wie es die Versuche bei den 2 Magnetstäben Nr. 19 und 20 von 18 Zoll Länge und noch mit 9 anderen Stäben gezeigt haben, deren Schwingungsdauer in diesem Verhältnifs länger ist, als die Gleichung angibt.

Es ist von grofser Wichtigkeit, dafs der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ unmittelbar aus den Versuchen durch die Constante $\frac{l}{w}$ aufgefunden wurde, weil dadurch der unumstöfsliche Beweis für die Richtigkeit der Gleichung

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

gegeben ist, und weil durch diese Gleichung sich ganz neue, noch unbekannte Wahrheiten ergeben, welche nur vermittelst derselben bewiesen und begriffen werden können. Von dem Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente hängt das Verhältnifs sehr vieler Func-

tionen ab, wie wir später finden werden. Um daher weiter fortschreiten zu können, müssen wir uns mit den Werthen, welche dieser Magnetstab Nr. 18 bei der Länge von 147,84 Linien und bei $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht bei seiner Schwingungsdauer von 8,357 Secunden hat, bekannt machen. Wie hieneben zu ersehen, ist bei demselben

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ — 1,12010,

log von c_0 in Quarten 1,73675.

Es ist bei diesem Stabe log von $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{V}}{\frac{1}{v}}}$	2,19327
log von $\sqrt[6]{l}$ von $\sqrt[6]{147,84}$	0,36164
— log von $\frac{1}{\sqrt[18]{v}}$	0,18668
log von c_0 in Quarten	1,73675
	4,47834
ab log von 3600 Secunden	3,55630
	0,92204

die Schwingungsdauer gleich 8,357 Secunden.

Wir wollen nun die Eigenschaften, welche dieser Magnetstab bei dieser Länge und bei dieser Schwingungsdauer besitzt, in nähere Betrachtung ziehen. Weil bei diesem Stab die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, so läfst sich die Gröfse seines Magnetismus oder sein Tragverhältnifs oder der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ sowohl aus seiner Masse als aus seiner Länge allein bestimmen. Dieses ist nämlich die Grenze, an welcher durch Verminderung der Masse t aufhört, eine Function von $\sqrt[6]{V} \cdot \sqrt[6]{l}$ zu sein, weil er seine Schwingungsdauer dadurch nicht ändert, bei welcher Grenze aber t anfängt, eine Function von der Länge und von der Gröfse des Magnets, oder von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ zu sein. Bezeichnet nun

t die magnetische Schwingungsdauer des Stabes,

l die Länge des Stabes,

$\mathfrak{T}_1$ die Schwingungsdauer des zusammengesetzten Pendels von der Länge des Stabes,

$\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ die Gröfse seines Magnetismus,

so ist

$$t = \mathfrak{T}_1 \,.\, \sqrt{2} \,.\, \frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}} \quad \text{daher} \quad \frac{\mathfrak{T}_1 \,.\, \sqrt{2} \,.\, \sqrt[3]{l}}{t} = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$$

$$t^2 = \mathfrak{T}_1^2 \,.\, 2 \,.\, \frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}} \quad \text{daher} \quad \frac{\mathfrak{T}_1^2 \,.\, 2 \,.\, \sqrt[3]{l^2}}{t^2} = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}$$

$$t^3 = \mathfrak{T}_1^3 \,.\, \sqrt{2^3} \, \frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} \quad \text{daher} \quad \frac{\mathfrak{T}_1^3 \,.\, \sqrt{2^3} \,.\, l}{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

$$\mathfrak{T}_1 \,.\, \sqrt{2} \,.\, \frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}} = c_0 \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \,.\, \frac{\sqrt[6]{l}}{\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}}$$

$$\mathfrak{T}_1 \,.\, \sqrt{2} \,.\, \frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}} = c_0 \sqrt[3]{\left(\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}\right)^2} \,.\, \frac{\sqrt[6]{l}}{\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}}.$$

Man sieht daher, dafs, wenn für die Gleichung

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

l und t bekannt sind, daraus $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ und V gefunden wird. Als Beispiel werden wir aus der Länge des Stabes von 147,84 Linien und aus seiner Schwingungsdauer von 8,357 Secunden diese Werthe bestimmen.

Der log von 8,357 Secunden ist		0,92204,
hievon ist der log in Quarten		4,47834,
hievon ab log der Schwingungsdauer des zusammengesetzten Pendels von der Länge von 147,84 Linien in Quarten	3,23119	
log von $\sqrt{2}$	0,15051	
log von $\sqrt[3]{l}$ von $\sqrt[3]{147,84}$ Linien	0,72327	
		4,10497,
also log von $\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$		— 0,37337,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ wie hieneben		= — 1,12011.

Da nun l und $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ bekannt sind, so ist dadurch auch V für das Gleichgewicht beider Momente gegeben. Da nun alle Magnetstäbe, welche zu

leicht sind, dieselbe Schwingungsdauer haben, als wenn sie das Gewicht hätten, wo ihre magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, so findet für alle Magnetstäbe, die zu leicht sind, die Gleichung

$$\frac{\mathfrak{T}_1 \cdot \sqrt{2}\,\sqrt[9]{1}}{t} = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$$

statt. Bei einem Magnetstab, der zu leicht ist, läfst sich also $\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$ nicht aus seinem Volumen bestimmen, und bei einem Magnetstab, der hinreichende Maafse hat, läfst sich $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ nicht aus seiner Länge bestimmen. *Bei* einem Stab von hinreichender Masse kann der Werth von $\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$ nur aus der Schwingungsdauer, welche er als Würfel, oder ein Massentheil desselben als Würfel hat, bestimmt werden. Bei einem Magnetstab aber, der zu leicht ist, kann der Werth von $\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$ nur aus der Länge allein, weil seine Masse gleichgiltig ist, bestimmt werden. Wir werden daher für beide Fälle die Gleichungen hieher setzen:

Für den Würfel:

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T} \cdot \sqrt{2}}{t}\right)^3}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T}^2 \cdot 2}{t^2}\right)^6}{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}.$$

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T}^3\ \sqrt{2^3}}{t^3}\right)^9}{\sqrt{2^3}}} = \frac{1}{\mathfrak{v}}$$

Für die Länge:

$$\frac{\mathfrak{T}_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{1}}{t} = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$$

$$\frac{\mathfrak{T}_1^2 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{1^2}}{t^2} = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}}$$

$$\frac{\mathfrak{T}_1^2 \cdot \sqrt{2^3} \cdot 1}{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}.$$

In der Gleichung für den Würfel ist die Function des Magnetismus in die Masse in Hinsicht der Geschwindigkeit durch $\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$ bestimmt, in der Gleichung für die Länge ist die Function des Magnetismus für die Länge durch $\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$ oder durch die Cubikwurzel aus der Gröfse des Magnetismus bestimmt. In beiden Gleichungen ist die Function des Magnetismus nur auf eine bestimmte Einheit zurückgeführt, und aus der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ abgeleitet. Obige Gleichungen lassen sich nicht weiter mehr erläutern, sondern ihre Bedeutung und ihr Inhalt mufs aus den Versuchen entnommen werden.

Wir wollen nun untersuchen, wie sich die Geschwindigkeiten und die Magnetismen zu dem Volumen verhalten, wenn bei gleicher Länge aber verschiedenem Volumen

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist.

Wenn zwei Magnetstäbe von gleicher Länge aber verschiedenem Volumen gleichen Magnetismus besitzen, so verhält sich:

$$t : T = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$
$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$
$$t^3 : T^3 = v : V;$$

die Schwingungsdauer verhält sich also directe wie die Cubikwurzel aus ihrem Volumen; es verhält sich daher die Schwingungsdauer umgekehrt wie die Tragverhältnisse, die Quadrate der Schwingungsdauer verhalten sich directe wie die Quadrate der Cubikwurzeln der Volumen oder wie die Tragvermögen derselben, und die Cubi der Schwingungsdauer verhalten sich directe wie die Volumen.

Wenn nun bei zwei Magnetstäben von gleicher Länge aber verschiedenem Volumen die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, so folgt, dafs sich die Magnetismen wie die Volumen verhalten müssen, wie wir sogleich nachweisen, dafs sich also verhält:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}} = v : V,$$

wodurch wir die umgekehrten Verhältnisse von den hier oben angezeigten erhalten. Es verhält sich nämlich bei diesen Stäben:

$$T : t = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$
$$T^2 : t^2 = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$
$$T^2 : t^2 = n : N$$
$$T^3 : t^3 = v : V.$$

Bei diesen Stäben verhalten sich umgekehrt: die Schwingungsdauer wie die Cubikwurzeln aus ihrem Volumen, die Quadrate der Schwingungsdauer wie die Quadrate der Cubikwurzeln ihrer Volumen, oder wie ihre Tragverhältnisse, und die Cubi der Schwingungsdauer wie ihre Volumen. Aus diesen Proportionen ergibt sich, dafs, wenn sich die Magnetismen zweier Magnetstäbe von verschiedenem Volumen wie ihre Volumen verhalten, sich ihre Tragverhältnisse nicht wie ihre Volumen, sondern nur wie die Quadrate der Cubikwurzeln ihrer Volumen verhalten,

weil $S = \sqrt[3]{V^2}$ ist. Ist zum Beispiel bei zwei Magnetstäben, von welchen der eine doppelt so schwer ist, als der andere, jeder seiner einzelnen Massentheile zweimal stärker magnetisch, so verhalten sich ihre Tragverhältnisse nicht wie ihre Gewichte oder wie

$$1 : 2,$$

sondern wie

$$1 : \sqrt[3]{2^2}.$$

Haben nun beide Magnetstäbe gleiche Längen, und sind bei denselben ihre magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht, so hat man:

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\frac{L}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

und durch Division beider Gleichungen und Gleichsetzung von $L = l$ gibt es:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}}} = \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[6]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}^2}} = \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}^2}} = \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}} : \frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$$

$$\frac{1}{\mathfrak{v}} : \frac{1}{\mathfrak{V}} = \sqrt{\frac{V^3}{\frac{1}{\mathfrak{V}^3}}} : \sqrt{\frac{v^3}{\frac{1}{\mathfrak{v}^3}}}$$

$$\frac{1}{\mathfrak{v}^2} : \frac{1}{\mathfrak{V}^2} = \frac{V^3}{\frac{1}{\mathfrak{V}^3}} : \frac{v^2}{\frac{1}{\mathfrak{v}^3}}$$

Es verhalten sich daher die Quadrate der Volumeneinheiten, umgekehrt, als wie die Cubi der Anzahl aller Volumeneinheiten zusammen, weil sich die Cubi der magnetischen Wirkungen wie die Quadrate der Massen oder Volumen verhalten. Dividiren wir daher, um die Brüche wegzubringen, in der letzteren Proportion links und rechts mit $\frac{1}{\mathfrak{B}^3}$ und $\frac{1}{\mathfrak{v}^3}$, so erhalten wir die directe Proportion:

$$\frac{1}{\mathfrak{v}} : \frac{1}{\mathfrak{B}} = v^3 : V^3.$$

Hier ist das Verhältnifs der Volumeneinheiten von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ zu $\frac{1}{\mathfrak{B}}$ als Einheit in dem Verhältnifs zum Cubus der Volumen der Magnete ausgedrückt, und dieses sagt: sollen bei gleicher Länge und verschiedenem Volumen die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sein, so müssen sich die Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ oder von gleichem Tragverhältnifs wie die Cubi der Massen, oder der Volumen der Magnete verhalten. Sollen nämlich bei gleicher Länge bei einem zweimal gröfseren Magnet die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sein, so mufs die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ oder von gleichem Tragverhältnifs achtmal gröfser sein. Weil nun die Gröfse des Magnetismus von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ durch ihre Cubikwurzel bestimmt wird, so verhält sich:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}} = v : V;$$

bei diesen Magnetstäben verhalten sich daher die Magnetismen wie die Volumen derselben. Hieraus folgt, dafs, wenn bei einem Magnetstab die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, und es sollen bei unveränderter Länge mit veränderlichem Volumen beide Momente im Gleichgewicht bleiben, der Magnetismus im Verhältnifs des Volumens ab- oder zunehmen mufs. Vermittelst der beiden Proportionen

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}} = v \ : \ V$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{B}}}} : \sqrt{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

erhalten wir folgende. Es verhält sich:

$$\sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[6]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

$$\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$

$$\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} = v : V$$

$$\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}}} = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

$$\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}^2}} = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2};$$

ferner verhält sich:

$$T : t = \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[6]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$T^2 : t^2 = \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$T^3 : t^3 = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}};$$

es verhält sich:

$$T : t = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$T^2 : t^2 = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}^2}}$$

$$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$T : t = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

$$T^2 : t^2 = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$

$$T^2 : t^2 = n : N$$

$$T^3 : t^3 = v : V$$

$$T^3 : t^3 = c_0^2 : C_0^2 .$$

in diesen Proportionen kommen vier verschiedene Verhältnisse vor:

1) das Verhältnifs der Magnetismen,
2) das Verhältnifs der Anzahl der Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit = 1,
3) das Verhältnifs der Volumen,
4) das Verhältnifs der Schwingungsdauer, welches die Magnetstäbe im Verhältnifs zu der Schwingungsdauer von $\frac{1}{\mathfrak{v}} : \frac{1}{\mathfrak{V}}$ besitzen.

Hiebei mufs man nicht vergessen, dafs diese Proportionen nur dann stattfinden, wenn bei gleicher Länge und verschiedenem Volumen die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Diese Verhältnisse sind nun nicht so leicht zu übersehen, und für Diejenigen, die mit den Functionen des Magnetismus unbekannt sind, nicht begreiflich; es mufs daher die Existenz dieser Verhältnisse in Beispielen nachgewiesen werden, damit man deutlich einsieht, was sich weiteres daraus ergibt, weil diese Verhältnisse mit Worten nicht mehr erklärt werden können.

Die Versuche haben gezeigt, dafs bei dem Magnetstab Nr. 18 von 8½ Loth Gewicht und 144 Linien Länge bei einer Schwingungsdauer von 8,32 Secunden und bei dem 15,06 fachen Tragverhältnifs die magnetischen und die Massen-Momente alsdann im Gleichgewicht sind, wenn der Stab 147,84 Linien lang ist. Um nun einen klaren Begriff zu erhalten und eine Anwendung von den bisherigen Gleichungen zu machen, wollen wir bestimmen, welches Gewicht dieser Magnetstab hat, wenn bei seinem Magnetismus bei der Länge von 144 Linien beide Momente im Gleichgewicht sind. Bei diesem Magnetstab ist

log von $\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{v}}}$ . . . . . — 1,12010,

log von l von 144 Linien 2,15836,

es ist daher log $\frac{l}{\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{v}}}}$ = log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ = ... 3,27846,

log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ 6,55692,

hievon ab log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ . . . . . — 3,36030,

gibt log V = ... 3,19662,

Uebertrag . . 3,19662,
hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie in bayerischen Granen 0,09011

3,28673,

gleich 1935,3 Gran oder 8,0632 Loth.

Bei diesem Gewicht sind also bei der Länge von 144 Linien beide Momente im Gleichgewicht, und seine Schwingungsdauer ist:

log von $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}}$	2,18564,
log von $\sqrt[6]{l}$ von $\sqrt[6]{144}$	0,35973,
log von $\frac{1}{\sqrt[18]{v}}$	0,18668,
log von c_0 in Quarten	1,73675
	4,46880,
ab log von 3600 Quarten	3,55630,
	0,91250,

gleich 8,175 Secunden.

Wenn nun bei einem halb so schweren Magnetstab von 4,0316 Loth Gewicht bei derselben Länge von 144 Linien die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, welche Schwingungsdauer hat derselbe? Aus Obigem ergibt sich, dafs sich die Magnetismen wie die Volumen verhalten müssen. Es ist daher bei diesem Magnetstab

$\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ im Verhältnifs von 2,

$\frac{1}{v}$ „ „ „ 8,

c_0 „ „ „ $\sqrt{2}$

kleiner als bei dem doppelt so schweren Stab.

Der log von v bei 4,0316 Loth ist	2,89559,
der log von $\frac{1}{v}$	— 4,26339,
log von $\frac{V}{\frac{1}{v}}$	7,15898,
log von $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}}$ = log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$	= 3,57949,
log von c_0 in Quarten	1,58624.

Die Schwingungsdauer dieses Stabes ist:

log von $\sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,38632,
log von $\sqrt[6]{}$ l von $\sqrt[6]{144}$	0,35973,
log von $\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}$	0,23685,
log von c_0 in Quarten	1,58624
	4,56914,
ab log von 3600 Quarten	3,55630
	1,01284,

gleich 10,30 Secunden.

Man sieht, dafs sich bei beiden Stäben verhält:

$$T : t = \sqrt[6]{v} : \sqrt[6]{V}$$
$$T^2 : t^2 = \sqrt[6]{v^2} : \sqrt[6]{V^2}$$
$$T^2 : t^2 = n : N$$
$$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{V}}}$$
$$T^3 : t^3 = v : V$$
$$T^3 : t^3 = c_q^2 : C_q^2;$$

die übrigen Functionen und Verhältnisse wollen wir nicht erwähnen, da sie sehr leicht können nachgesehen werden.

Aus der Schwingungsdauer beider Magnetstäbe ergibt sich abermals der Beweis, dafs in Nürnberg jede Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 das 2350 fache Tragverhältnifs hat.

Es ist log von 2350	3,37106,
ab log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$ bei dem Stab D von 8,0632 Loth	2,18564,
log des Tragverhältnisses des Magnetstabes D	1,18542,

gleich dem 15,326.fachen.

Log von 2350	3,37106,
ab log von $\sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ bei dem Stab E von 4,0316 Loth	2,38632,
log des Tragverhältnisses des halb so schweren Stabes E	0,98474,

gleich dem 9,655 fachen.

Die log Differenz der Tragverhältnisse beider Stäbe ist 0,20068, und diese gibt das Verhältnifs

$$1 : \sqrt[3]{2^2};$$

es verhalten sich daher die Quadrate der Schwingungsdauer beider Magnetstäbe umgekehrt wie ihre Tragverhältnisse und umgekehrt wie

$$\sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2} \text{ oder wie } 1 : \sqrt[3]{2^2};$$

die Tragverhältnisse beider Magnetstäbe verhalten sich aber directe wie

$$\sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2} \text{ oder wie } 1 : \sqrt[3]{2^2}.$$

Die Cubi der Schwingungsdauer beider Magnetstäbe verhalten sich umgekehrt wie ihre Magnetismen und wie ihre Volumen oder wie ihre Gewichte; es verhält sich:

$$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$T^3 : t^3 = v : V$$

$$T^3 : t^3 = 1 : 2$$

und die Gewichte beider Magnetstäbe sind:

8,0632 Loth,
4,0316 Loth.

Bei diesen zwei Stäben sind bei diesem Gewicht die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht, und wie wir aus den Versuchen gesehen und bewiesen haben, ändert sich an dieser Gränze durch Verminderung der Masse ihre Schwingungsdauer nicht. Wenn nun beide Magnetstäbe gleiches Gewicht von 4,0316 Loth oder jedes andere beliebige Gewicht haben, das kleiner als dieses ist, z. B. wenn beide Stäbe 3 Loth wiegen, so haben sie dieselbe Schwingungsdauer, als wenn der stärker magnetische 8,0632 Loth, der schwächer magnetische 4,0316 Loth wiegen würde, und es verhält sich daher bei diesen Stäben, weil sie zu leicht sind:

$$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

und daraus ergibt sich der Lehrsatz, dafs bei Magnetstäben von gleicher Länge und von gleichem Volumen oder von gleichem Gewicht, wenn sie zu leicht sind, sich die Cubi ihrer Schwingungsdauer umgekehrt wie ihre Magnetismen verhalten. Man sieht aber daraus, dafs, wenn bei diesem Magnetismus beide Magnetstäbe gleiches Gewicht haben, das gröfser als 4,0316 Loth und kleiner als 8,0632 Loth ist, sich aus ihrer Schwingungsdauer kein Verhältnifs ihrer Magnetismen bestimmen läfst. Wir wollen z. B. annehmen, beide Stäbe wiegen 6 Loth, so hat der schwächer magnetische Stab eine Schwingungsdauer, die im Verhältnifs von

$\sqrt[3]{\frac{6}{4,0316}}$ Loth gröfser ist, weil bei demselben von dieser Grenze an durch Vermehrung der Masse die Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[3]{V}$ zunimmt, und sie beträgt 11,76 Secunden.

Hievon ist der log 1,07036.
Der stärker magnetische Stab hat aber bei 6 Loth Gewicht dieselbe Schwingungsdauer, welche er bei 8,0632 Loth hat, und dieselbe beträgt 8,175 Secunden. Hievon ist der log 0,91250.
Die Schwingungsdauer beider Stäbe steht daher in keinem bestimmten Verhältnifs zu ihrem Volumen oder Gewicht, und es läfst sich daher aus dem Verhältnifs ihrer Schwingungsdauer auch kein Verhältnifs ihrer Magnetismen bestimmen; dieses dauert so lange, bis beide Magnetstäbe gleiches Gewicht von 8,0632 Loth haben, oder jedes andere beliebige Gewicht, das gröfser als dieses ist. Wenn z. B. beide Magnetstäbe 8,0632 Loth wiegen, so ist die Schwingungsdauer des schwächer magnetischen Stabes im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{8,0632}{4,0316}}$ Loth länger und sie beträgt 12,976 Secunden. Hievon ist der log 1,11318
und man sieht, dafs sich nun verhält:

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}};$$

dieses ist auch der Fall, wenn beide Magnetstäbe ein beliebiges gröfseres Gewicht als 8,0632 Loth, z. B. das Gewicht von 12 Loth haben, denn alsdann ist die Schwingungsdauer des schwächer magnetischen Stabes im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{12}{4,0312}}$ Loth länger und sie beträgt 14,85 Secunden. Hievon ist der log 1,17074.
Die Schwingungsdauer des stärker magnetischen Stabes ist aber im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{12}{8,0632}}$ Loth länger und dieselbe beträgt 9,3335 Secunden. Hievon ist der log 0,97005.
Es verhält sich daher ebenfalls

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}},$$

wenn nämlich die Magnetstäbe hinreichendes Gewicht haben, so steht ihre Schwingungsdauer im Verhältnifs zu ihrem Volumen oder Gewicht; es verhält sich daher bei zwei Magnetstäben von gleicher Länge und von gleichem Gewicht bei ein und denselben Magnetismen, wenn sie

hinreichendes Gewicht haben: wenn sie zu leicht sind:

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} \qquad = \qquad T^3 : t^3.$$

Wir erhalten daher zur Bestimmung des Verhältnisses der Magnetismen aus der Schwingungsdauer zweier Magnetstäbe von gleicher Länge und von gleichem Gewicht folgende Regeln:

1) haben beide Magnetstäbe hinreichendes Gewicht, so verhalten sich ihre Magnetismen umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3};$$

2) sind beide Magnetstäbe zu leicht, so verhalten sich ihre Magnetismen umgekehrt wie

$$T^3 : t^3;$$

3) hat aber von beiden Magnetstäben der eine hinreichendes Gewicht, der andere ist aber zu leicht, so läfst sich aus dem Verhältnifs ihrer Schwingungsdauer gar kein Verhältnifs ihrer Magnetismen bestimmen.

Jetzt erst sind wir im Stande, eine Prüfung über die Genauigkeit der Versuche bei Untersuchung des Tragvermögens der vier Magnetstäbe Nr. 17. 18. 19. 20 von gleichem Gewicht von $8\frac{1}{2}$ Loth anzustellen. Dieselben hatten folgende Werthe:

	Länge	Schwingungsdauer	Tragvermögen an einem Pol
Nr. 17	6 Zoll	7,50 Secunden	64 Loth
„ 18	12 „	8,32 „	64 „
„ 19	18 „	11,35 „	64 „
„ 20	18 „	11,10 „	68 „

Aus der Schwingungsdauer der zwei letzten Stäbe Nr. 19. 20. geht hervor, dafs sie zu leicht sind, und dafs daher t keine Function von $\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[3]{l}$ ist. Es mufs also die Gröfse des Magnetismus oder das Tragverhältnifs dieser beiden Stäbe nach der Gleichung

$$\frac{\mathfrak{T}_1 \cdot \sqrt{2\sqrt[3]{l}}}{t} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

bestimmt werden. Bestimmen wir daher den Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ bei dem Stabe Nr. 19.

Es ist log der Schwingungsdauer von 11,35 Secunden 1,05500,

hievon ist der log in Quarten 4,61130.

Hievon ab

log der Schwingungsdauer des zusammengesetzten Pendels von der Länge von 18 Zoll oder 216 Linien in Quarten 3,31351,

log von $\sqrt{2}$ 0,15051,

log von $\sqrt[3]{l}$ 0,77815

4,24217,

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 0,36913,

log von $\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{v}}}$ — 1,10739,

log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ — 3,32217.

Weil nun $\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{v}}}$ bestimmt ist, so ist dadurch die Gröfse des Magnetismus und das Tragverhältnifs des Magnetstabes Nr. 19 bestimmt. Es läfst sich aber die Gröfse des Magnetismus eines Magnetstabes aus seinem Tragvermögen nicht so genau bestimmen, wie aus seiner Schwingungsdauer, und wir wollen daher untersuchen, welcher Unterschied dabei stattfindet. Nach den Versuchen hatten beide Magnetstäbe gleiches Tragverhältnifs, nämlich das 15,06 fache;

es ist aber bei dem Stab Nr. 18 log von $\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{v}}}$ — 1,12010,

„ „ „ „ 19 log von $\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{V}}}$ — 1,10739.

Die Magnetismen beider Stäbe verhalten sich wie

$$\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{V}}}$$

und da sie gleiches Gewicht haben, so verhalten sich ihre Tragverhältnisse ebenso. Die log Differenz von obigem Verhältnifs ist 0,01271,

addiren wir hiezu den log des Tragverhältnisses von 15,06 bei dem Stab Nr. 18 1,17779,

so erhalten wir den log des Tragverhältnisses des Stabes Nr. 19 1,19050,

hiezu den log seines Gewichts von $8\frac{1}{2}$ Loth 0,92942

2,11992.

Dieser log gibt für das Tragvermögen des Stabes Nr. 19

131,8 Loth,

folglich ist sein halbes Tragvermögen oder das Tragvermögen an einem Pole 65,9 Loth;
nach den Versuchen war dasselbe 64 „
der Unterschied beträgt daher 1,9 „

Wir wollen nun untersuchen, wie grofs das Gewicht dieses Stabes Nr. 19 ist, wo die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, und wo daher

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

ist. Der log von l von 18 Zoll oder von 216 Linien ist 2,33445,

der log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 1,10739

log von $\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}$ = log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ 3,44184,

log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ 6,88368,

hievon ab log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ — 3,32217,

log des Volumens des Magnetstabes 3,56151,
hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie in bayerischen Granen 0,09011

3,65162.

Dieser log gibt für das Gewicht des Magnetstabes Nr. 19 4483,5 Gran oder 18,681 Loth, wovon der log ist 1,27141;
bei diesem Gewicht hat also dieser Magnetstab dieselbe Schwingungsdauer von 11,35 Secunden, welche er bei dem Gewicht von 8½ Loth hat, und das Gewicht von 18,681 Loth ist die Grenze, wo t wieder eine Function von $\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[3]{l}$ wird, und wo durch Vergröfserung des Gewichts seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[3]{V}$ zunimmt; setzt man daher die Werthe von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$, $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$, c_0 und V in die Gleichung ein, so wird die Schwingungsdauer von

11,35 Secunden

erhalten, welches wir aber nicht ausführen wollen.

Die beiden Magnetstäbe Nr. 19 und 20 haben gleiches Gewicht von $8^1/_2$ Loth und gleiche Länge von 216 Linien, Nr. 20 hat aber eine Schwingungsdauer von

11,10 Secunden

und sein ganzes Tragvermögen wurde nach den Versuchen zu 136 Loth befunden; wir wollen daher auch dieses aus seiner Schwingungsdauer bestimmen.. Wie wir aus dem Vorigen gesehen haben ist bei dem Stab Nr. 19

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 1,10739,

der log seines Tragverhältnisses 1,19050,

der log seines Gewichts von 18,681 Loth an der Grenze, wo die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind 1,27141,

der log seiner Schwingungsdauer von 11,35 Secunden ist 1,05500.

Da nun beide Magnetstäbe bei dem Gewicht von $8^1/_2$ Loth zu leicht sind und gleiches Gewicht und gleiche Länge haben, so verhält sich bei denselben

$$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$
$$T^3 : t^3 = n : N$$
$$T^3 : t^3 = v : V;$$

es verhält sich daher bei den beiden Magnetstäben Nr. 19 und 20

$$(11,35)^3 : (11,10)^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

— — = 15,50fache Tragverhältnifs : x Tragverhältnifs

— — = 18,681 Loth Gewicht : x Loth Gewicht.

Die log Differenz von obigem Verhältnifs ist 0,02904,

addiren wir dieselbe zu dem log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ bei dem Stab Nr. 19 — 1,10739,

so erhalten wir für den log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$ bei dem Stab Nr. 20 — 1,07835.

Der log des Tragverhältnisses des Stabes Nr. 19 ist 1,19050,

hiezu addirt obige log Differenz 0,02904,

log des Tragverhältnisses des Stabes Nr. 20 1,21954,

hiezu log des Gewichts des Stabes von $8^1/_2$ Loth 0,92942

2,14896.

dieser log gibt für das Tragvermögen des Stabes Nr. 20

140,91 Loth;

folglich ist sein halbes Tragvermögen, oder das Tragvermögen an einem Pol 70,45 Loth,
nach den Versuchen war dasselbe 68 „
der Unterschied beträgt also 2,45 „

Bei dem Stab Nr. 19 ist log des Gewichts von 18,681 Loth 1,27141,
hiezu obige log Differenz 0,02904

1,30045,

dieser log gibt das Gewicht von

19,973 Loth

welches der Stab Nr. 20 an der Gränze hat, wo die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind.

Bei dem Stab Nr. 19 von 11,35 Secunden Schwingnngsdauer ist das Gewicht für das Gleichgewicht der Momente 18,681 Loth.
Bei dem Stab Nr. 20 von 11,10 Secunden Schwingungsdauer ist das Gewicht für das Gleichgewicht der Momente 19,973 Loth;
es gibt daher die Differenz in der Schwingungsdauer beider Magnetstäbe von

0,25 Secunden Minus

eine Zunahme des Gewichts von

1,292 Loth,

und wir gelangen dadurch zu dem schönen Lehrsatz, dafs sich das Verhältnifs der Magnetismen der Magnete, ihre Gröfse und Form mag noch so verschieden sein, durch das Verhältnifs ihrer Massen oder Gewichte oder Volumen bestimmen läfst, wo bei gleichen Längen ihre magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Es verhalten sich daher die Magnetismen der 4 Magnetstäbe von $8^1/_2$ Loth

Nr.	17	18	19	20
von	6 Zoll	12 Zoll	18 Zoll	18 Zoll Länge
von	7,50 Sec.	8,32 Sec.	11,35 Sec.	11,25 Sec. Schwingungsdauer
wie	17,827 Loth	18,142 Loth	18,725 Loth	19,973 Loth,

weil dieses die Gewichte sind, wo bei der Länge von 18 Zoll oder 216 Linien die magnetischen und die Massen-Momente dieser Magnetstäbe im Gleichgewicht sind und woraus wir die Wichtigkeit der Gleichung

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

kennen lernen. Der Lehrsatz, dafs bei gleichen Längen aber verschiedenem Volumen, bei dem Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente, sich die Magnetismen wie die Gewichte oder Volumen verhalten, ist an und für sich so klar und einfach, dafs er keines weiteren Beweises mehr bedarf.

Aus der Vergleichung der Schwingungsdauer haben wir gefunden, dafs der mittlere Fehler bei den Versuchen über das Tragvermögen der 4 Magnetstäbe Nr. 17. 18. 19. 20 an einem Pol 1,77 Loth minus ist. Das halbe Tragvermögen des Stabes Nr. 18, das wir bei seiner Schwingungsdauer als Norm angenommen haben, beträgt daher statt 64 Loth 65,77 Loth,

mithin sein ganzes Tragvermögen 131,54 Loth,

sein Tragverhältnifs ist daher das 15,475 fache,

wovon der log ist 1,18962,

hiezu log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ 2,19327

3,38289.

Dieser log gibt für das Tragverhältnifs der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ oder für $\frac{1}{\mathfrak{v}}$

das 2415 fache

Tragverhältnifs; wir werden jedoch, um in den angegebenen Verhältnissen keine Unterbrechung zu verursachen, für $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ das 2350 fache Tragverhältnifs beibehalten; doch kann man sich diesen verbesserten Werth immer anmerken. Die Versuche zeigen, dafs das Tragvermögen der Magnetstäbe weit gröfser ist, als man sich bisher vorstellte.

Wir wollen nun bestimmen, wie bei unveränderlichem Volumen, aber verschiedenen Magnetismen sich die Längen, die Magnetismen und die Functionen der Zeiten zu einander verhalten, wenn bei gleichem Volumen und verschiedenen Längen die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, wo daher bei verschiedenen Längen, aber bei gleichem Volumen

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} \quad \text{und} \quad \frac{L}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

ist.

weil nun V = V, so ist auch $\frac{L}{l} = \frac{\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}}{\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}}}$

Aus dieser Gleichung ergibt sich, dafs bei unveränderlichem Volumen aber veränderlichem Magnetismus die Länge in dem umgekehrten Verhältnifs zur Quadratwurzel aus der Gröfse des Magnetismus oder aus $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}$ steht. Es verhält sich also:

$$L : l = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{V}}}$$

$$L^2 : l^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

woraus sich also ergibt, dafs bei unveränderlichem Volumen bei dem Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente das Quadrat der Länge in eben demselben Verhältnisse abnimmt, als die Gröfse des Magnetismus oder das Tragverhältnifs eines Magnetstabes zunimmt. Ferner ist:

$$L : l = c_0 : C_0$$
$$L^2 : l^2 = c_0^2 : C_0^2$$
$$L : l = \sqrt{n} : \sqrt{N}$$
$$L^2 : l^2 = n : N$$
$$l : L = \sqrt[3]{t^2} : \sqrt[3]{T^2}$$
$$l^2 : L^2 = \sqrt[3]{t^4} : \sqrt[3]{T^4}$$
$$\sqrt{l^3} : \sqrt{L^3} = t : T$$
$$l^3 : L^3 = t^2 : T^2$$
$$\sqrt[3]{T^2} : \sqrt[3]{t^2} = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{V}}}$$
$$\sqrt[3]{T^4} : \sqrt[3]{t^4} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$
$$\sqrt[3]{T^2} : \sqrt[3]{t^2} = c_0 : C_0$$
$$\sqrt[3]{T^4} : \sqrt[3]{t^4} = c_0^2 : C_0^2$$
$$\sqrt[3]{T^4} : \sqrt[3]{t^4} = n : N.$$

Diese Verhältnisse sind nun nicht so leicht zu übersehen, und wir wollen daher die Existenz derselben in einem Beispiel erläutern. Ein Magnetstab, den wir mit D bezeichnen wollen, hat bei dem Gewicht von 8,0632 Loth, bei der Länge von 144 Linien, wo

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist, eine Schwingungsdauer von

8,175 Secunden;

hiévon ist der log 0,91250,
in Quarten ist der log 4,46880,
das Tragverhältnifs dieses Magnetstabes ist das

15,326 fache;

hievon ist der log 1,18542.
Wie grofs ist die Schwingungsdauer und das Tragverhältnifs eines Magnetstabes E bei demselben Gewicht von 8,0632 Loth, wo aber bei der Länge von

288 Linien

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist? Die Schwingungsdauer ist nach der Proportion

$$L^3 : l^3 = T^2 : t^2$$

oder nach der Gleichung

$$\frac{L^3 . t^2}{l^3} = T^2$$

23,125 Secunden;

hievon ist der log 1,36404,
und in Quarten ist der log 4,92034,
das Tragverhältnifs ist nach der Proportion

$$L^2 : l^2 = n : N$$

bei dem Stabe E das 3,8315 fache;
hievon ist der log 0,58336.
Als Beweis, dafs diese beiden Werthe richtig sind, werden wir die Werthe, welche beide Magnetstäbe bei ihrer Schwingungsdauer enthalten, hieher setzen.

Bei dem Magnetstabe D von 144 Linien Länge ist
log von C_0 in Quarten 1,73675,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$ — 1,12010,

log von $\frac{1}{\mathfrak{V}}$	— 3,36030,
log von V	3,19662,
log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}$	6,55692,
log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} =$ log von $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{V}}}}$	= 3,27846,

die Schwingungsdauer dieses Stabes ist daher

log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}}$	2,18564,
log von $\sqrt[6]{}$ l von $\sqrt[6]{144}$	0,35973,
log von $\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{V}}}$	0,18668,
log von C_0 in Quarten	1,73675
	4,46880,
ab log von 3600 Quarten	3,55630,
	0,91250,

gleich 8,175 Secunden.

Soll nun bei dem Magnetstab E, der dasselbe Gewicht wie der Stab D hat, der aber 288 Linien und zweimal so lang ist als dieser,

$$\frac{L}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

sein, so sagen die angegebenen Formeln, daſs sich die Tragverhältnisse oder die Werthe von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ umgekehrt wie die Quadrate der Länge verhalten müssen. Es ist daher bei diesem Stabe der Werth von c_0 zweimal, und der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ viermal kleiner, als wie bei dem Stabe D und es ist bei dem Stabe E

log von c_0	1,43575,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	— 1,72216
log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$	— 5,16648,

	Uebertrag	— 5,16648,
log von V wie bei D		3,19662,
log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$		8,36310,
log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} =$ log von $\frac{L}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}$		4,18155,

die Schwingungsdauer des Stabes E ist daher folgende:

log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,78770,
log von $\sqrt[3]{L}$ von $\sqrt[3]{288}$ Linien	0,40990,
log von $\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}$	0,28703,
log von c_0 in Quarten	1,43572
	4,92035,
ab log von 3600 Quarten	3,55630
	1,36405,

gleich 23,125 Secunden wie hier oben.

Das Tragverhältnifs dieses Stabes erhalten wir folgendermafsen. Das Tragverhältnifs von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ist das 2350fache. Hievon ist der log 3,37106,

hievon ab log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,78770
	0,58336.

Dieser Logarithmus gibt ebenfalls das 3,8315fache Tragverhältnifs wie hierneben.

Die Verhältnisse der übrigen Functionen können sehr leicht aus den Werthen dieser beiden Magnetstäbe entnommen werden.

Aus dem bereits Angeführten folgt, dafs sich das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus zweier Magnete durch das umgekehrte Verhältnifs der Quadrate ihrer Längen, wo bei gleichem Gewicht oder Volumen die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, ausdrücken läfst; weil sich hier verhält:

$$L^2 : l^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$L^2 : l^2 = n : N$$

$$L^3 : l^3 = T^2 : t^2;$$

die Functionen der Zeiten für das Verhältnifs der Magnetismen oder der Tragverhältnisse sind aber, wie man sieht, nicht mehr so einfach.

Diese angegebenen Formeln dienen dazu, die Wirkungen des Erdmagnetismus in die Masse oder in das Volumen des Magnetstabes näher zu erläutern, und die Folgen, die sich daraus ergeben, dafs die Cubi der magnetischen Wirkungen dem Quadrat der Masse oder ihres Volumens proportional sind, deutlich darzustellen.

Um dieses anschaulich zu machen, wollen wir bei ein und demselben Volumen den Magnetismus ab- und zunehmen lassen. Wird der Magnetismus $= 0$, so wird die Länge $= \infty$, welches an und für sich klar ist. Weit instructiver wird aber die Untersuchung, wenn wir den Magnetismus zunehmen lassen.

Gesetzt, es wäre möglich, dafs der Magnetismus bei dem Magnetstab D, welcher 8,0632 Loth wiegt und 144 Linien lang ist, der bei dem Gleichgewicht der Momente eine Schwingungsdauer von 8,175 Secunden und das 15,324 fache Tragverhältnifs hat, so grofs werden könnte, dafs eine französische Cubiklinie die Geschwindigkeit $= 1$ hätte, so wollen wir bestimmen, wie grofs seine Schwingungsdauer bei der Länge von 144 Linien sein würde.

Wenn eine franz. Cubiklinie die Geschwindigkeit $= 1$ hat, so hat dieselbe das 2350fache Tragverhältnifs; hievon ist der log 3,37106, der log des Volumens des Stabes von 8,0632 Loth ist 3,19662; zieht man von obigen logarithmus $^1/_3$ log 3,19662 ab 1,06554

2,30552,

so gibt dieser log das 202,08 fache Tragxerhältnifs; wird dasselbe mit dem Gewicht des Stabes von 8,0632 Loth, wovon der log 0,90652 ist, multiplizirt, so erhält man für das Tragvermögen desselben

50,92 Pfd.

Weil nun eine franz. Cubiklinie die Geschwindigkeit $= 1$ hat, so ist ihre reduzirte magnetische Schwingungsdauer der wirklichen Schwingungsdauer derselben durch die Gravitation gleich, und es ist der log von c_0 in Quarten 2,29680.

Nun ist hier $\frac{1}{\mathfrak{v}} = 1$ und $\frac{1}{\sqrt[3]{}}\,\mathfrak{v} = 1$; es kommen daher in der Gleichung für das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente keine Brüche vor, und es ist hier

$$l = \sqrt{V} \quad \text{oder} \quad l = w;$$

der log des Volumens des Stabes von 8,0632 Loth ist 3,19662,
es ist daher log l von 39,657 Linien 1,59831,

log $\sqrt{v}$ oder log von w 1,59831

bei 39,657 Linien Länge hat dieser Magnetstab folgende Schwingungsdauer:

log von $\sqrt[3]{V}$	1,06554
log von $\sqrt[4]{l}$ von $\sqrt[4]{39,657}$ Linien	0,26639
log von c_0 in Quarten	2,29680
log t in Quarten	3,62873
ab log von 3600 Quarten	3,55630
	0,07243

gleich 1,1815 Secunden;

die Gröfse $\sqrt{\frac{l^2+b^2}{l^2}}$ lassen wir ebenfalls unberücksichtiget, weil dieselbe mit der Länge abnimmt. Bei dieser Schwingungsdauer ist der Magnetstab 39,657 Linien lang; und die magnetischen und die Massen Momente sind hier im Gleichgewicht. Erhält nun dieser Magnetstab die Länge von 144 Linien, so wird seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[6]{\left(\frac{144}{39,657}\right)^5}$ Linien länger und seine Schwingungsdauer ist bei dieser Länge

3,4605 Secunden.

Wir können noch weiter gehen und untersuchen, welche Schwingungsdauer und welches Tragverhältnifs der Magnetstab von 8,0632 Loth Gewicht bei der Länge von 144 Linien haben würde, wenn er als Würfel die Geschwindigkeit = 1 hätte. Hier ist also seine reduzirte magnetische Schwingungsdauer durch den Erdmagnetismus eben so grofs, als wie die wirkliche Schwingungsdauer seiner Masse durch die Gravitation. Da nun dieser magnetische Würfel die Geschwindigkeit = 1 hat, so ist sein Volumen oder V = 1 und die Gröfse seines Magnetismus oder $\sqrt[3]{V}$ ist ebenfalls = 1, daher ist in der Gleichung für diese Volumeneinheit

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2}}{t}\right)^9}{\sqrt{2}}} = 1 \qquad \sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2}}{t}\right)^3}{\sqrt{2}}} = 1$$

es ist daher $\mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2} = \frac{t}{\sqrt{2}}$

der log der Schwingungsdauer des zusammengesetzten Pendels von der Länge = $\sqrt[3]{V}$ oder von der Länge des Würfels von 11,63 Linien in Quarten ist 2,67905

hiezu log von $\sqrt{2}$ 0,15051

2,82956

dieses ist nun der log der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer dieses Würfels. In dieser Volumeneinheit sind also die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht. Es ist also bei dieser Volumeneinheit die Gleichung für dieses Gleichgewicht

$$l = \sqrt[3]{V} \text{ und daher } l = \sqrt{w}$$
$$l^2 = \sqrt[3]{V^2} \text{ und daher } l^2 = w$$

denn man darf nur die früheren Gleichungen für dieses Gleichgewicht betrachten, als

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \text{ und } \frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \frac{w}{\frac{1}{\sqrt[3]{v^2}}}$$
$$\frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{v^2}}} = \frac{V}{\frac{1}{v}} \text{ und } \frac{l^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{v^2}}} = \frac{w^2}{\frac{1}{\sqrt[3]{v^4}}}$$

so sieht man, dafs dieses Gleichgewicht dadurch bestimmt wird, dafs in der Volumeneinheit von $\frac{1}{v}$ die Function von der Länge, eine Function aus der Quadratwurzel des Querschnittes, oder eine Function aus der Cubikwurzel dieser Volumeneinheit ist.

Bei dem Magnetstab von 144 Linien Länge und 8,0632 Loth Gewicht ist für die Gleichung

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

die Schwingungsdauer 8,175 Secunden; hievon ist der Logarithmus in Quarten 4,4688

der log der Länge von 144 Linien ist 2,15836.

Bei dem magnetischen Würfel von der Geschwindigkeit = 1 von 8,0632 Loth ist für das Gleichgewicht der magnetischen und Massen-Momente die Gleichung

$$l = \sqrt[3]{V};$$

es ist daher der log der Länge von $\sqrt[3]{V}$ oder von 11,63 Linien 1,06554.

Nach der Gleichung

$$\frac{l^3 \cdot T^2}{L^3} = t^2$$

erhält man für den log der reduzirten Schwingungsdauer dieses magnetischen Würfels 2,82957,

welcher dieselbe reduzirte Schwingungsdauer ist, welche seine Länge als zusammengesetzter Pendel hat, wenn sie mit $\sqrt{2}$ multiplizirt wird.

Bei dem Magnetstab von 144 Linien Länge und 8,175 Secunden Schwingungsdauer ist

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ — 1,12010

log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$ 2,18564,

für das Volumen desselben Magnets als Würfel von der Geschwindige $= 1$ ist aber V $= 1$

$\sqrt[3]{V}$ $= 1$,

es ist daher nach der Gleichung

$$\frac{L^2 \cdot \sqrt[3]{1}}{l^2} = \sqrt[3]{V} = \qquad \log : 2{,}18564.$$

Dieser log giebt das Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus beider Magnete, und weil sie gleiches Volumen besitzen und sich ihre Magnetismen, umgekehrt wie die Cubikwurzeln, aus der Anzahl ihrer Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ verhalten, so haben beide gleiches, mithin das 2350fache Tragverhältnifs und es verhält sich bei denselben

$$t^2 : T^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{v}} : \sqrt[3]{V}.$$

Der Magnet von 8,0632 Loth hat daher das 2350fache Tragverhältnifs. Hievon ist der log 3,37106; wird dasselbe mit seinem Gewicht, wovon der Logarithmus 0,90652 ist, multiplizirt, so erhält man für das Tragvermögen desselben

592,15 Pfund,

der log der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer dieses Würfels in Quarten ist 2,82956.

Nun ist aber die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ diejenige Einheit, wo die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, weil das Product im Querschnitte dem Product des Quadrats der Länge gleich ist, und sich daher aus dieser Einheit alle diejenigen Functionen für das Drehungsmoment entwickeln, welche dadurch entstehen, dafs die Cubi der magnetischen Wirkungen dem Quadrat der Masse proportional sind. Wird nun dieser magnetische Würfel in einen Stab verwandelt, welcher 144 Linien lang ist, so nimmt seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[6]{\frac{144}{11 \cdot 63}} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{144}{11 \cdot 63}\right)^2}$ $= \sqrt[6]{\left(\frac{144}{11 \cdot 63}\right)^5}$ zu, weil von der Gränze an, wo die magnetischen

und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, durch Vergröſserung der Länge die Schwingungsdauer in diesem Verhältniſs zunimmt, und dieser Magnetstab hat daher bei dem Gewicht von 8,0632 Loth, bei der Länge von 144 Linien, bei dem 2350fachen Tragverhältniſs und bei einem Tragvermögen von 592,15 Pfd. eine Schwingungsdauer von

1,5273 Secunden;

hievon ist der log in Quarten 3,74024.

Wir wollen nun untersuchen, welches Gewicht dieser Magnetstab haben müſste, wenn seine magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sein sollen, und das Volumen V′ von 8,0632 Loth die Einheit von der Geschwindigkeit = 1 ist. Die Gleichung für dieses Gleichgewicht ist alsdann

$$\frac{l}{\sqrt[3]{V'}} = \sqrt{\frac{V''}{V'}},$$

es ist log von l von 144 Linien 2,15836
ab log von $\sqrt[3]{V}$ von 11,63 Linien 1,06554

log von $\frac{l}{\sqrt[3]{V'}}$ = log von $\sqrt{\frac{V''}{V'}}$ 1,09282

log von $\frac{l^2}{\sqrt[3]{V'^2}}$ = log von $\frac{V''}{V'}$ 2,18564.

Dieser log giebt das Verhältniſs an, um welches das Gewicht des Magnetstabes von 8,0632 Loth zunehmen muſs, bis die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind; derselbe muſs nämlich bei der Länge von 144 Linien 153,33 mal schwerer sein, oder er muſs 38,64 Pfd. wiegen, bis die Bedingung der Gleichung

$$\frac{l}{\sqrt[3]{V'}} = \sqrt{\frac{V''}{V'}}$$

erfüllt ist, und bis durch Vergröſserung seines Gewichts seine Schwingungsdauer wieder im Verhältniſs von $\sqrt[3]{V}$ zunimmt. Daſs dieser Magnetstab bei 38,64 Pfd. dieselbe Schwingungsdauer hat, welche er bei 8,0632 Loth hat, ergiebt sich aus der Gleichung

$$t = c_0 \sqrt[3]{\frac{V''}{V'}} \cdot \frac{\sqrt[6]{l}}{\sqrt[18]{V'}}$$

es ist log von $\sqrt[3]{\frac{V''}{V'}}$ 0,72855

log von $\frac{\sqrt[6]{l}}{\sqrt[18]{V'}}$ 0,18213

log von c_0 in Quarten 2,82957

3,74052

Uebertrag 3,74025

ab log von 3690 Quarten 3,55630

0,18395

gleich 1,5273 Secunden,

welches also dieselbe Schwingungsdauer ist, welche er bei dem Gewicht von 8,0632 Loth hat.

Ob es nun gleich keine solchen Magnetstäbe, wie die zwei zuletzt angeführten, giebt, so dienen die angeführten Untersuchungen doch dazu, um die Functionen des Magnetismus auf eine in die Augen fallende Art darzustellen, weil sich dieselben in der Gleichung nicht so deutlich zu erkennen geben.

Wir wollen nun die Werthe, welche dieser Magnetstab bei dem Gewicht von 8,0632 Loth und 144 Linien Länge bei seinen verschiedenen Magnetismen besitzt, mit einander vergleichen:

Schwingungsdauer	8,175 Sec.	3,4603 Sec.	1,5273 Sec.
Tragverhältnifs	15,324 fache	201,6 fache	2350 fache
Tragvermögen	3,862 Pfd.	50,795 Pfd.	592,15 Pfd.

welche Verhältnisse für diejenigen, die mit dem Gesetz des Magnetismus und dessen Functionen unbekannt sind, unbegreiflich bleiben, ja, die nach dem Gesetz, wonach die Wirkungen in der Mechanik erfolgen, nicht einmal möglich sind. Es ist aber einleuchtend, dafs wenn Wirkungen nach einem Gesetz erfolgen, wo

$$125 \times 1 = 25$$
$$1000 \times 1 = 100$$

ist, dieselben verschieden von denjenigen sein müssen, wo

$$125 \times 1 = 125$$
$$1000 \times 1 = 1000$$

ist.

Um das Gesetz des Magnetismus auf eine in die Augen fallende Art darzustellen, so haben wir eigens dazu kleine Magnete von $^1/_{10}$ Loth und $^1/_8$ Loth Gewicht verfertiget, welche das 160 fache und 144 fache Tragverhältnifs hatten, und dieselben sind als wahre Wunder angestaunt worden, aber der Begriff des wirklichen Wunders, dafs ein solches Gesetz stattfindet und welchen wichtigen Zweck dasselbe in dem Haushalte der Natur erfüllt, ist nur für Wenige zugänglich gewesen.

Obige Untersuchungen führen auf einen sehr wichtigen Satz. Wenn der Magnetstab von 8,0632 Loth als Würfel die Geschwindigkeit $= 1$, also das 2350 fache Tragverhältnifs hat, und er nimmt jede beliebige

Länge an, bis zu der Gränze wo $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$, so ist bei demselben beständig

$$\frac{\mathfrak{T}\sqrt{2}\,.\,\sqrt[3]{l}}{t} = 1$$

ist daher c_0 die Schwingungsdauer von $\frac{1}{v}$, oder von der Volumeneinheit, von der Geschwindigkeit $= 1$ und $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ die Längeneinheit, durch welche die Länge des Stabes ausgedrückt wird, so ist die allgemeine Gleichung

$$t = c_0\,.\,\sqrt{l}\,.\,\sqrt[3]{l}$$
$$t = \mathfrak{T}\sqrt{2}\,.\,\sqrt{l}\,.\,\sqrt[3]{l}$$

in so fern mit Zunahme der Längeneinheit von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ das Volumen von $\frac{1}{v}$ nicht stärker als das Quadrat der Länge wächst, und nach der Gleichung hat der Magnetstab gar kein gröfseres Volumen als das von der Gröfse $\frac{1}{v}$ nothwendig.

Wir wollen annehmen, der Magnetismus einer Masse sei so beschaffen, dafs der log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ 1,12010
ist, so ist log c_0 = log $\mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2}$ in Quarten 1,73675,
wie grofs ist die Schwingungsdauer eines Magnetstabes von 12 Fufs Länge von jedem beliebigen Gewicht bis zu der Grenze, wo

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist, oder wo die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind,

der log der Länge von 12 Fufs oder 1728 Linien ist	3,23754
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$	— 1,12010
log der Länge in Einheiten von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$	4,35764

log von $\sqrt{l}$	2,17882
log von $\sqrt[3]{l}$	1.45255
log von c_0 in Quarten	1,73675
	5,35812
ab log von 3600 Quarten	3,55630
	1,81182

gleich 64,735 Secunden;

diese Schwingungsdauer hat also der Magnetstab bei jedem beliebigen Gewicht bis zu der Gränze, wo die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Da die Länge in Einheiten von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ ausgedrückt ist,

so ist log l = log $\sqrt[3]{V}$	4,35764
log l^2 = log V	8,71528
hievon ab log von $\frac{1}{v}$	— 3,36030
log des Volumens in Cubiklinien	5,35498
hiezu log des Gewichts einer Cubiklinie in Granen	0,09011
	5,44509

gleich 36,285 Pfd.

So lange daher dieser Magnetstab nicht mehr wiegt, so hat er die Schwingungsdauer von 64,735 Secunden; sowie er aber mehr wiegt, so ist seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{V''}{V'}}$ länger.

Jetzt erst sind wir im Stande zu der Lösung einer Aufgabe zu schreiten, die in der Physik sehr häufig vorkommt.

Ein Magnetstab von 18 Loth Gewicht und 24 Zoll oder 288 Linien Länge wurde vier Mal magnetisirt und er hatte dabei folgende Schwingungsdauer:

22,40 Sec. 19,60 Sec. 16,24 Sec. 14,36 Sec.;

man soll aus diesem Verhältnifs der Schwingungsdauer das Verhältnifs der Magnetismen bestimmen. Bis jetzt wurde dieses Verhältnifs auf eine sehr leichte und einfache Art aus dem umgekehrten Verhältnifs des Quadrats der Schwingungsdauer bestimmt, man ist aber dabei von der Wahrheit sehr weit entfernt geblieben, und die Sache ist auch nicht so leicht und einfach, wie aus Folgendem hervorgeht. Bevor sich eine Vergleichung anstellen läfst, mufs man untersuchen, ob der Magnetstab bei der längsten Schwingungsdauer hinreichende Masse hat, oder ob er bei der kürzesten Schwingungsdauer zu leicht ist.

Aus einer Tabelle, welche wir uns verfertigen, finden wir, dafs der Magnetstab bei der Schwingungsdauer von 22,40 Secunden hinreichende Masse hat, es kann daher nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[6]{l}}$$

die reduzirte Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie bestimmt werden.

Der log von 22,40 Secunden ist 1,35025
davon ist der log in Quarten 4,90655
der log von V oder des Volumens von 18 Loth in französischen Cubiklinien ist 3,54537
der log von 288 Linien ist 2,45939
nach obiger Gleichung erhält man daher für den log der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie oder für den log von c in Quarten 3,31486
der log der wirklichen Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie durch die Gravitation in Quarten ist 2,29680,
dieses giebt nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T} \cdot \sqrt{2}}{t}\right)^3}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

für den log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 1,52709

und für die Schwingungsdauer der Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ erhält man nach der Gleichung

$$\frac{\frac{\mathfrak{T} \cdot \sqrt{2}}{t}}{\sqrt{2}} = 1$$

für den log von c_0 in Quarten 1,53326
der log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ist — 4,58127
der log von V von 18 Loth ist 3,54537
es ist daher log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ 8,12664

und log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}} = \log \frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}}$ ist 4,06332

zieht man von diesem log den log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ ab — 1,52709

so erhält man den log für l = 2,53623

dieser log giebt für die Länge des Stabes

343,74 Linien,

bei dieser Länge des Stabes hat der Stab folgende Schwingungsdauer:

es ist log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$	2,70888
log von $\sqrt[6]{l}$ von 343,74 Linien	0,42271
log von $\frac{1}{\sqrt[18]{v}}$	0,25451
log von c_0 in Quarten	1,53326
	4,91936
ab log von 3600 Quarten	3,55630
	1,36306

gleich 23,07 Secunden.

Man hat aber nicht nöthig diese Berechnung anzustellen, sondern man darf nur die Schwingungsdauer von 22,40 Secunden mit dem Quotienten von $\sqrt[6]{\frac{343,74}{288}}$ multipliziren, so erhält man dadurch die nämliche Schwingungsdauer. Durch diese Untersuchung erfahren wir also, dafs der Magnetstab von 288 Linien Länge bei der Schwingungsdauer von 22,40 Secunden die Länge von 343,74 Linien erreichen kann, bis sich die magnetischen und Massen-Momente das Gleichgewicht halten, und dafs bei dieser Länge seine Schwingungsdauer 23,07 Secunden ist. Um nun aus der verschiedenen Schwingungsdauer, welche der Magnetstab hatte, das Verhältnifs der Magnetismen bestimmen zu können, so mufs noch die Schwingungsdauer aufgesucht werden, welche der Magnetstab bei seiner Länge von 288 Linien hat, wo die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, wo daher bei der Länge von 288 Linien

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist. Wir haben im Vorigen bewiesen, dafs bei der verschiedenen Schwingungsdauer, welche ein Magnetstab hat, sich das Verhältnifs der Magnetismen aus dem umgekehrten Verhältnifs der Quadrate derjenigen Längen bestimmen läfst, bei denen die beiden angezeigten Momente im Gleichgewicht sind, und dafs sich bei ein und demselben Magnetstab verhält

$$l^3 : L^3 = t^2 : T^2.$$

Wir erhalten daher für die Länge des Magnetstabes von 288 Linien dieses Gleichgewicht der Momente durch die Proportion

$$(343{,}74)^3 : 288^3 \text{ Linien} = (23{,}07)^2 \text{ Secunden} : x^2 \text{ Secunden}$$

die Schwingungsdauer des Magnetstabes von 18 Loth ist also da, wo bei der Länge von 288 Linien

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist

17,693 Secunden;

hievon ist der log 1,24781

in Quarten ausgedrückt ist der log 4,80411.

Nun haben wir aber aus den Versuchen nachgewiesen, dafs sich an dieser Grenze durch Verminderung der Masse die Schwingungsdauer nicht ändert; zugleich haben wir aber auch bewiesen, dafs an dieser Grenze bei unveränderlicher Länge sich die Cubi der Schwingungsdauer umgekehrt wie die Magnetismen, und umgekehrt wie ihre Massen oder Volumen verhalten. Wenn daher der Magnetstab bei 288 Linien Länge und 18 Loth Gewicht die Schwingungsdauer von 16,22 Secunden und 14,36 Secunden hatte, so verhalten sich die Magnetismen umgekehrt wie

$(17{,}693)^3$ Secunden : $(16{,}24)^3$ Secunden
$(17{,}693)^3$ „ : $(14{,}36)^3$ „
$(16{,}24)^3$ „ : $(14{,}36)^3$ „

und die Gewichte, wo bei der Länge des Magnetstabes von 288 Linien

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist, verhalten sich ebenso. Der Magnetstab würde daher bei dem Gewicht von 23,283 Loth dieselbe Schwingungsdauer von 16,24 Secunden haben, welche er bei dem Gewicht von 18 Loth hat, und bei dem Gewicht von 33,67 Loth würde er dieselbe Schwingungsdauer von 14,36

Secunden haben, welche er bei dem Gewicht von 18 Loth hat, denn dieses sind die Gewichte, welche man aus den obigen Verhältnissen erhält. Hieraus ergiebt sich für das Verhältniſs der Magnetismen dieses Magnetstabes folgende Regel. So lange die Schwingungsdauer länger ist als 17,693 Secunden, welches die Schwingungsdauer für das Gleichgewicht beider Momente bei dem Gewicht von 18 Loth ist, so verhalten sich die Magnetismen umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3};$$

wenn aber die Schwingungsdauer kürzer ist als 17,693 Secunden, so verhalten sich die Magnetismen umgekehrt wie

$$T^3 : t^3.$$

Der Magnetstab hatte nun die verschiedene Schwingungsdauer von

22,40 Sec. 19,60 Sec. 16,24 Sec. 14,36 Sec.;

es verhält sich daher

$$\sqrt{(22{,}40)^3}\ \text{Sec.} : \sqrt{(19{,}60)^3}\ \text{Sec.} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$(16{,}24)^3\ \text{Sec.} : (14{,}26)^3\ \text{Sec.} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}.$$

Zwischen der Schwingungsdauer von

22,40	Secunden	: 16,24	Secunden
22.40	„	: 14,36	„
19,68	„	: 16,24	„
19,68	„	: 14,36	„

findet aber kein bestimmtes Verhältniſs der Magnetismen statt, weil ihre Schwingungsdauer in keinem bestimmten Verhältniſs zu dem Gewicht des Magnetstabes steht, welches der Magnetstab bei dieser verschiedenen Schwingungsdauer hat.

Berechnet man bei der Schwingungsdauer von 16,24 Secunden nach der Gleichung

$$\frac{\mathfrak{T}_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{1}}{t} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

so findet man, daſs der Magnetstab bei seiner Länge von 288 Linien, wo

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

ist, bei der Schwingungsdauer von 16,24 Secunden 23,283 Loth
„ „ „ „ „ 14,36 „ 33,67 „
wiegen würde. Auch erhält man nach obiger Gleichung dieselben Werthe

für $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ und $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$, welche sich aus den hier oben angegebenen Proportionen ergeben.

Läfst man also den Magnetismus eines Magnetstabes successive zunehmen, so nimmt die Schwingungsdauer so lange im umgekehrten Verhältnifs von

$$\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}}} : \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}^2}}} \text{ oder } \sqrt[9]{\frac{1}{\mathfrak{v}^2}} : \sqrt[9]{\frac{1}{\mathfrak{V}^2}}$$

ab, bis sie die Schwingungsdauer erreicht, wo die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, von dieser Grenze an nimmt aber mit Zunahme des Magnetismus, die Schwingungsdauer nur in dem umgekehrten Verhältnifs von

$$\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} : \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}} \text{ oder } \sqrt[9]{\frac{1}{\mathfrak{v}}} : \sqrt[9]{\frac{1}{\mathfrak{V}}}$$

ab.

Wenn daher auch keine anderen Versuche als die bereits angeführten vorhanden wären, so würden dieselben doch hinreichen, das Gesetz des Magnetismus zu bestätigen und die Richtigkeit unserer Gleichungen zu beweisen. Wir schreiten jedoch zu Versuchen anderer Art, wodurch das Gesetz des Magnetismus in ein noch helleres Licht gestellt und die Wahrheit unserer Gleichungen auf das schönste bezeugt wird.

Ueber die Schwingungsdauer magnetischer Platten, wenn dieselben transversal magnetisirt sind.

Eine Stahlplatte, ja sogar ein Magnetstab, der im Verhältnifs seiner Länge eine hinlängliche Breite besitzt, kann auf zweierlei Art magnetisirt werden. Entweder halbirt die Indifferenzlinie die Länge, wie es bei allen gewöhnlichen Magnetstäben der Fall ist, oder wenn man ihn transversal magnetisirt, so halbirt die Indifferenzlinie die Breite. Im ersten Falle schwingt der Magnetstab in horizontaler Lage, im zweiten mufs aber der Magnet, wenn er im magnetischen Meridian schwingen soll, in vertikaler Richtung stehen. Es wurden daher 7 Stahlplatten und 1 Magnetstab zuerst auf die gewöhnliche Art, hernach transversal

magnetisirt und jedesmal ihre Schwingungsdauer in horizontaler Lage, hernach ihre Schwingungsdauer in vertikaler Stellung untersucht. Um den Einflufs, welchen die Breite auf das Drehungsmoment ausübt, nicht in Rechnung bringen zu dürfen, so liefs ich die Platten, welche ohngefähr ½ Linie dick waren, in horizontaler Lage immer auf der dünnen Seite schwingen. Zur Bestimmung einer constanten Einheit für die Schwingungsdauer bediente ich mich der Formel

$$c = \frac{t}{\sqrt{v} \cdot \sqrt{l}}$$

wo c die reduzirte Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie bedeutet.

Gewicht und Volumen von sieben Platten und einem Magnetstab

	Gewicht	Volumen	Länge	Breite
Nr. 1.	2¾ Loth	log 2,72943	66 Linien	28½ Linien
„ 2.	3 1/16 „	„ 2,77618	68 „	28½ „
„ 3.	3 3/16 „	„ 2,79355	70 „	28 „
„ 4.	3 13/16 „	„ 2,87131	70 „	24 „
„ 5.	3¼ „	„ 2,80198	71 „	24 „
„ 6.	1¾ „	„ 2,53312	70 „	11 „
„ 7.	2 1/16 „	„ 2,60450	74 „	12 „
„ 8.	8 13/16 „	„ 3,23520	70 „	8½ „

Schwingungsdauer

		in horizontaler Lage	in verticaler Stellung	berechnet
Nr. 1.	log c . 2,88730	3,30 Sec.	2,65 Sec.	2,50 Sec.
„ 2.	„ 2,94563	4,17 „	3,17 „	3,12 „
„ 3.	„ 2,97178	4,51 „	3,33 „	3,32 „
„ 4.	„ 2,94489	4,50 „	3,06 „	3,15 „
„ 5.	„ 2,99047	4,75 „	3,25 „	3,31 „
„ 6.	„	4,06 „	1,98 „	
„ 7.	„	4,32 „	2,10 „	
„ 8.	„ 3,05461	7,66 „	3,89 „	4,— „

Wenn der Magnet im Verhältnifs seiner Breite eine ansehnliche Dicke hat, so mufs letztere in Rechnung gebracht werden.

Bezeichnen wir nun die Länge, welche der Magnetstab in horizontaler Lage hat, mit L,
seine Schwingungsdauer mit T,
die Breite der Platte mit b,
so ist die vertikale Höhe der Platte, wenn sie transversal ist, = L,

die Breite ebenfalls . . $= b$,
die Schwingungsdauer, welche der transversal magnetisirte Magnet in verticaler Stellung hat, sei $= t$.

Es zeigen nun die Versuche, dafs die Schwingungsdauer der transversal magnetisirten Mägnete im Verhältnifs von

$$\sqrt[3]{\frac{L}{b}}$$

kürzer ist, als diejenige der gewöhnlichen Magnete. Es ist daher

$$t = \frac{T}{\sqrt[3]{\frac{L}{b}}}$$

$$T = t \,.\, \sqrt[3]{\frac{L}{b}}$$

und der Werth für c oder für die Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie wird bei dem Transversal-Magnet durch die Gleichung bestimmt:

$$c = \frac{t \,.\, \sqrt[3]{\frac{L}{b}}}{\sqrt[3]{V} \,.\, \sqrt[3]{L}} \qquad c = \frac{t \,.\, \frac{\sqrt[3]{L}}{\sqrt[3]{b}}}{\sqrt[3]{V}} \,.$$

Die Gröfse $\sqrt[3]{\frac{L}{b}}$ hat in Folgendem ihren Ursprung. Macht man $L = b$, so ist $\frac{L}{b} = 1$; das heifst, wenn die Platte ein Quadrat ist, so findet kein Transversal-Magnetismus statt, weil die Seiten oder Längen gleich sind. Die Schwingungsdauer der quadratischen Platte wollen wir mit $\mathbf{t}$ bezeichnen. Verwandeln wir nun eine quadratische Platte bei unveränderlicher Breite und unveränderlichem Volumen in eine lange Platte, die m mal länger ist als das Quadrat, und magnetisiren wir dieselbe transversal, so ist

$$t = \frac{\mathbf{t}}{\sqrt[3]{m}}$$

oder die Schwingungsdauer der transversal magnetisirten Platte ist im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m}$ kürzer als diejenige der quadratischen Platte. Wird aber die m mal verlängerte Platte auf die gewöhnliche Art magnetisirt, so ist die Schwingungsdauer in horizontaler Lage

$$T = \mathbf{t} \,.\, \sqrt[3]{m}$$

Es ist aber $\frac{t \cdot \sqrt[6]{m}}{\frac{t}{\sqrt[6]{m}}} = \frac{T}{t} = \sqrt[3]{\frac{L}{b}}$.

Wenn sich daher eine quadratische Platte bei unveränderter Breite und unveränderlichem Volumen in eine lange Platte verwandelt, so nimmt, wenn die Seite oder Länge der quadratischen Platte die Längeneinheit ist, die Schwingungsdauer des Transversal-Magnets im Verhältnifs von $\sqrt[6]{\frac{L}{b}}$ ab, die Schwingungsdauer der auf gewöhnliche Art magnetischen Platte nimmt aber im Verhältnifs von $\sqrt[6]{\frac{L}{b}}$ zu, wie aus den Versuchen hervorgeht.

Wir wollen nun die Function der Zeit bestimmen, wenn bei unveränderlicher Breite und Dicke die vertikale Höhe und dadurch zugleich das Volumen des Transversal-Magnets zunimmt. Hierzu dient nun der Magnetstab Nr. 8 von $8^{13}/_{16}$ Loth Gewicht, 70 Linien Länge, $8^1/_2$ Linien Breite und ohngefähr 2,89 Linien Dicke. Dieser Transversal-Magnet läfst sich so betrachten, als ob er aus gewöhnlichen Magnetstäben von $8^1/_2$ Linien Länge und 2,89 Linien Breite bestände, welche durch das Aufeinanderlegen die vertikale Höhe von 70 Linien erreicht haben. So lange daher der Magnet noch kein Quadrat ist, so lange er nämlich noch nicht die vertikale Höhe von $8^1/_2$ Linien erreicht hat, so nimmt durch Vermehrung des Volumens seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von

$$\sqrt[6]{V}$$

zu, so wie er aber ein Quadrat ist, so nimmt von dieser Grenze an, durch Vergröfserung des Volumens, seine Schwingungsdauer nur im Verhältnifs von

$$\sqrt[3]{\frac{V''}{V'}} \text{ oder im Verhältnifs von } \sqrt[6]{\frac{L}{b}}$$

zu. Die reduzirte Schwingungsdauer, welche dieser Transversal-Magnet bei unverändertem Volumen und unveränderter Breite als Quadrat hat, wird dadurch erhalten, dafs wir seine Schwingungsdauer mit $\sqrt[6]{\frac{L}{b}}$ multipliziren. Zur Bestimmung des Werthes von c aus der Schwingungsdauer eines Transversal-Magnets ist daher die Gleichung, wenn t seine Schwingungsdauer bedeutet,

$$c = \frac{t \,.\, \sqrt[6]{\frac{L}{b}}}{\sqrt[3]{V} \,.\, \sqrt[6]{b}} \qquad c = \frac{t \,.\, \frac{\sqrt[6]{L}}{\sqrt[3]{b}}}{\sqrt[3]{V}}$$

denselben Werth für c giebt auch die Gleichung

$$c = \frac{t \,.\, \sqrt[3]{\frac{L}{b}}}{\sqrt[3]{V} \,.\, \sqrt[6]{L}}$$

Wenn der Transversal-Magnet im Verhältnifs zu seiner Breite eine beträchtliche Dicke hat, wie bei dem Stab Nr. 8 von $8^{13}/_{16}$ Loth Gewicht, so darf die Gröfse $\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$ nicht vernachlässiget werden. Bei dem Transversal-Magnet wird nämlich die Breite zur Länge und die Dicke zur Breite. Da nun der Magnetstab Nr. 8 $8^1/_2$ Linien breit und 2,89 Linien dick ist, verursacht die Gröfse $\sqrt{\frac{(8{,}50)^2 + (2{,}89)^2}{(8{,}50)^2}}$, dafs die wirkliche Schwingungsdauer dieses Transversal-Magnets um 0,21 Secunden länger als die reduzirte ist, welcher Unterschied in der Tabelle in die Rechnung gebracht wurde.

Wenn daher bei unveränderlichem Volumen und unveränderlicher Breite die vertikale Höhe eines Transversal-Magnets vergröfsert wird, so nimmt seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von

$$\sqrt[6]{\frac{L''}{L'}}$$

ab, während bei einem gewöhnlichen Magnet bei unveränderlichem Volumen mit Vergröfserung der Länge die Schwingungsdauer im Verhältnifs von

$$\sqrt[6]{\frac{L''}{L'}}$$

zunimmt. Wächst aber bei unveränderlicher Breite und Dicke, oder bei unverändertem Querschnitte die vertikale Höhe eines Transversal-Magnets, so wächst dieselbe im Verhältnifs seines Volumens und die Schwingungsdauer nimmt im Verhältnifs von

$$\sqrt[6]{\frac{V''}{V'}} \text{ oder } \sqrt[6]{\frac{L''}{L'}}$$

zu, während die Schwingungsdauer eines gewöhnlichen Magnets bei unverändertem Querschnitte mit Vergröfserung der Länge und des Volumens im Verhältnifs von

$$\sqrt[3]{\frac{V''}{V'}} \cdot \sqrt[6]{\frac{L}{l}}$$

wächst. Man sieht, dafs diese Verhältnisse in der Schwingungsdauer in dem veränderten Drehungsmoment, welches der Magnet durch seine Lage erlangt, ihren Grund haben, und sie zeigen zugleich so augenscheinlich, auf welche Weise der Erdmagnetismus auf die Magnete wirkt, dafs wir weitere Erklärungen für überflüssig halten.

Bei zwei Transversal-Magneten von gleicher Höhe, gleicher Breite, aber von verschiedenem Volumen oder verschiedener Dicke, verhält sich bei gleichem Werthe von c wie bei gewöhnlichen Magneten

$$t : T = \sqrt[6]{v} : \sqrt[6]{V},$$

wie aus der Gleichung deutlich hervorgeht.

Bei den beiden Platten Nr. 6 und Nr. 7 erhält man nach den Gleichungen keine Uebereinstimmung zwischen der beobachteten und der berechneten Schwingungsdauer. Denn bezeichnet man aus der Schwingungsdauer, welche beide Platten als gewöhnliche Magnete haben, ihre Schwingungsdauer als Transversal-Magnete, so erhält man für Nr. 6 2,19 Secunden,
für Nr. 7 2,35 „

und wiederum wenn man aus der Schwingungsdauer, die sie als Transversal-Magnete haben, ihre Schwingungsdauer als gewöhnliche Magnete berechnet, so erhält man

für Nr. 6 eine Schwingungsdauer von 3,68 Secunden,
„ „ 7 „ „ „ „ 3,85 „

welches mit den Versuchen nicht übereinstimmt.

Wir werden nun zeigen, wie wichtig die Resultate sind, die sich aus den Versuchen mit den Transversal-Magneten ergeben, und wie durch dieselben die Allgemeinheit des magnetischen Gesetzes, sowie die Wahrheit aller bisher angeführten Gleichungen auf das schönste bestättiget wird.

Wenn man das Volumen oder das Gewicht der beiden Platten Nr. 6 und Nr. 7 untersucht, so findet man, dafs sie für gewöhnliche Magnete zu leicht sind; sie haben daher bei einem gröfseren Gewicht dieselbe Schwingungsdauer, welche sie bei ihrem wirklichen Gewichte besitzen; als Transversal-Magnete haben sie aber diejenige Schwingungsdauer, welche ihrem wirklichen Gewichte entspricht; denn vermöge des Verhältnisses, in welchem das Drehungsmoment des Transversal-Magnets zu dem Tragheitsmoment seiner Masse steht, kann ein Transversal-Magnet nie zu leicht werden, das heifst mit andern Worten, sein magnetisches Drehungsmoment oder seine Schwingungsdauer bleibt immer im Verhältnifs zu der Gröfse seines Mnagnetismus, seiner Masse und seiner

vertikalen Höhe. Es kann daher bei den Platten Nr. 6 und Nr. 7 aus den Gleichungen

$$t = \frac{T}{\sqrt[3]{\frac{L}{b}}} \qquad T = t \,.\, \sqrt[3]{\frac{L}{b}}$$

nicht bestimmt werden, ob sie bei der Schwingungsdauer als gewöhnliche Magnete denselben Magnetismus besafsen, den sie als Transversal-Magnete hatten, wodurch nichts übrig bleibt, als dafs man aus ihrer Schwingungsdauer die Gröfse ihres Magnetismus bestimmt.

Die Platte Nr. 6 wog $1^3/_4$ Loth, war 70 Linien lang und 11 Linien breit, ihre Schwingungsdauer betrug als gewöhnlicher Magnet 4,06 Secunden, als Transversal-Magnet 1,98 Secunden; wird nun die Schwingungsdauer von 1,98 Secunden mit der $\sqrt[6]{\frac{70}{11}}$ multiplizirt, so erhält man die Schwingungsdauer, welche dieser Magnet als Quadrat hat, woraus alsdann der Werth von c nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \,.\, \sqrt[6]{l}}$$

bestimmt wird, woraus sich alsdann nach der bekannten Gleichung der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ ergiebt.

Es ist log von 1,98 Secunden in Quarten		3,85297
hiezu log von $\sqrt[6]{\frac{70}{11}}$		0,13395
log der Schwingungsdauer des Quadrats		3,98692
hievon ab		
log von $\sqrt[3]{V}$	0,84437	
log von $\sqrt[6]{l}$ von $\sqrt[6]{11}$ Linien	0,17356	
		1,01793
log von c in Quarten		2,96899
der log der wirklichen Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie durch die Gravitation ist		2,29680
daher ist der log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$		— 3,02487
und der log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ ist bei der Schwingungsdauer als Transversal-Magnet		— 1,00829

als gewöhnlicher Magnet beträgt die Schwingungsdauer derselben Platte 4,06 Secunden; hievon ist der log in Quarten 4,16483.

Da nun diese Platte zu leicht ist, so mufs der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ nach der Gleichung

$$\frac{\mathfrak{T}_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{l}}{t} = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$$

bestimmt werden.

Es ist log von 4,06 Secunden in Quarten		4,16483
der log der Schwingungsdauer des zusammengesetzten Pendels von 70 Linien Länge in Quarten ist	3,06883	
hiezu log von $\sqrt{2}$	0,15051	
log von $\sqrt[3]{l}$ von $\sqrt[3]{70}$ Linien	0,61503	
		3,83437
log von $\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$		— 0,33046
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$		— 0,99138.

Da nun hier der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ etwas gröfser ist, so war die Platte, auf gewöhnliche Art magnetisirt, etwas stärker magnetisch; die log Differenz von diesem Verhältnifs ist 0,01691.

Nun wollen wir aber annehmen, es wäre hier der log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ ebenfalls	— 1,00829
addiren wir hiezu log der Länge von 70 Linien	1,84510
so erhalten wir log $\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \log \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,85339
log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$	5,70678
hievon ab log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$	— 3,02487
log des Volumens	2,68191
hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie in bayer. Granen	0,09011
	2,77202

gleich 591,6 Gran oder 2,4655 Loth;

nämlich bei dieser Platte, wenn sie auf die gewöhnliche Art magnetisirt ist, beträgt das Gewicht, wo ihre magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind,

2,4655 Loth,

und sie hat bei diesem Gewicht dieselbe Schwingungsdauer, welche sie bei dem Gewicht von 1¾ Loth hat. Wenn aber bei diesem Gewicht die Platte ein Transversal-Magnet wird und also dicker ist, so ist ihre Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{2,4655}{1,75}}$ Loth gröfser und dieselbe beträgt statt 1,98 Secunden
2,2205 Secunden, wovon der log ist 0,34627;
bei diesem Gewicht ist nun

$$\frac{T}{\sqrt[3]{\frac{L}{b}}} = t \text{ und } t \cdot \sqrt[3]{\frac{L}{b}} = T = 2{,}2205 \text{ Secunden,}$$

und es kann daher aus ihrer Schwingungsdauer ihr Magnetismus, welchen sie als gewöhnlicher und als Transversal-Magnet hat, mit einander verglichen werden.

Bei dem Gewicht der Platte von 1¾ Loth und bei der Schwingungsdauer als Transversal-Magnet von 1,98 Secunden ist log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$
— 1,00829

und ihre Schwingungsdauer beträgt bei diesem Werthe von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ als gewöhnlicher Magnet 4,113 Secunden,
die Versuche haben aber eine Schwingungsdauer von 4,06 „
ergeben, und bei dieser Schwingungsdauer ist log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$
— 0,99138;

nun scheint zwar der Unterschied von 0,053 Secunden nicht sehr grofs zu sein, da aber diese Platte zu leicht ist, so verhält sich

$$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$T^3 : t^3 = v : V$$

wie es auch die aus der Schwingungsdauer berechneten Werthe von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ und $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$ beweisen, deren log Differenz 0,01691 ist; der Unterschied in den Magnetismen ist daher so unbedeutend nicht. Noch deutlicher fällt er in die Augen, wenn man bestimmt, welches Gewicht diese Platte hat, wo bei der Schwingungsdauer von 4,06 Secun-

den ihre magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, wo man alsdann findet, dafs dasselbe

2,563 Loth

und der Unterschied im Gewicht $^1/_{16}$ Loth beträgt. Man sieht, wie vortheilhaft es manchmal ist, die Magnetismen auf das Gewicht zu reduziren, wo bei gleicher Länge ihre magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, wo daher bei gleichen Längen

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

ist.

Die Resultate, die wir aus den Schwingungen der Transversal-Magnete erhielten, sind von grofser Wichtigkeit, weil sie zeigen, dafs das Gesetz des Magnetismus allgemein ist, und sie also die Richtigkeit der Gleichungen auf das schönste bestätigen. Sie legen augenscheinlich dar, auf welche Weise der Erdmagnetismus auf einen Magnet wirkt, und dafs derselbe mit gleicher Stärke dies thut bei einem Würfel, einem langen Stabe, bei einer auf gewöhnliche Art magnetisirten oder transversal magnetisirten Platte, so dafs, wenn man die Bedingungen, von denen das Drehungsmoment des Magnetstabes abhängt, dabei berücksichtiget, alle irrigen Vorstellungen, die man sich von der Vertheilung des Magnetismus im Innern des Magnets machte, wie Nebel vor dem hellen Sonnenlicht verschwinden.

Sollen die Versuche mit transversal-magnetisirten Platten gelingen, so müssen sie glashart sein und dürfen keine weichen Stellen haben; auch darf das Verhältnifs der Breite zur Länge nicht allzuklein und dasjenige der Dicke zur Breite nicht allzugrofs sein. Die Form, welche der Magnetstab Nr. 8 hat, möchte wohl nicht weit von der Grenze entfernt sein, wo sich die Magnete noch transversal magnetisiren lassen. Einen Transversal-Magnet erhält man auf folgende Art. Man legt zwei Magnete mit ihren ungleichnamigen Polen auf einem Tisch einander so gegenüber, dafs ihre Pole ohngefähr $^3/_4$ Zoll von einander entfernt bleiben; darauf legt man die Platte quer auf beide Magnete, aber so, dafs die Indifferenzlinie genau die Breite der Platte halbirt, und in dieser Lage führt man sie auf den beiden Magneten ein paarmal hin und her, darauf wendet man sie um, ohne sie von den beiden Magneten zu trennen, indem man sie senkrecht aufstellt und umlegt, wobei aber immer die Indifferenzlinie die Breite halbiren mufs, verfährt auf der andern Seite damit eben so, und hebt sie alsdann senkrecht in vertikaler Richtung ab. Zum Transversalmagnetisiren der Platten mufs man sich breiter

und stark wirkender Magnete bedienen; die Breite der Magnete soll wenigstens die Hälfte von der Länge der Platten betragen; auch darf das Tragvermögen der beiden Magnete nicht sehr verschieden von einander sein. Die angeführten Platten wurden vermittelst zweier Magnete von 100 Pfd. Tragvermögen aus einem Stück Stahl bei einer Breite von 3¼ Zoll magnetisirt. Bei Anwendung zweier Magnete von 25 bis 30 Pfd. Tragvermögen wird man nicht leicht die von uns angezeigte Uebereinstimmung in den Versuchen erhalten.

Einer Stahlplatte, welche 3 13/16 Loth schwer, 70 Linien lang und 24 Linien breit war, wurde ein sehr geringer Grad von Magnetismus ertheilt, so dafs ihre Schwingungsdauer, als sie auf die dünne Seite gelegt wurde,

124,40 Secunden

betrug. Wir wollen nun daraus die Länge und die Schwingungsdauer bestimmen, welche diese Platte als Stab bei quadratischem Querschnitte haben würde, wenn

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

wäre. Der log von V ist bei derselben 2,87131,

nach der Gleichung $c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \, . \, \sqrt[3]{l}}$ ist der log der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer einer franz. Cubiklinie in Quarten 4,38510,

der log der wirklichen Schwingungsdauer einer franz. Cubiklinie durch die Gravitation in Quarten ist 2,29680,

nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T} \, . \, \sqrt{2}}{t}\right)^3}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$$

erhält man für den log $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$	— 3,13455,
für den log von $\frac{1}{v}$	— 9,40365
für den log von c_0 in Quarten	0,72953
der log von V ist	2,87131
der log von $\frac{1}{v}$	— 9,40365,
es ist daher log von $\frac{V}{\frac{1}{v}}$	12,27496,

daher ist log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} = \log \frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}$ 6,13748,

hievon ab log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ 3,13455,

log der Länge des Stabes 3,00293,

gleich 1007,7 Linien oder 6,6991 Fufs,

welches die Länge des Stabes ist, wo die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Bei dieser Länge ist seine Schwingungsdauer

log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ 4,09165,

log von $\sqrt[6]{l}$ von 1007,7 Linien 0,50049,

log von $\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}}$ 0,52242,

log von c_0 in Quarten 0,72953,

5.84409,

ab log von 3600 Quarten 3,55630,

2,28779,

und der Magnetstab hat bei dieser Länge eine Schwingungsdauer von

194 Secunden.

Wir wollen nun das Tragverhältnifs dieses Magnets bestimmen. Jede Volumeneinheit von der Gröfse $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ hat das 2350 fache Tragverhältnifs;

hievon ist der log 3,37106,

hievon ab log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ 4,09165,

log des Tragverhältnisses des Stabes — 0,72059,

der Magnet hat daher ein Tragverhältnifs, das $\frac{100}{526}$ mal geringer ist als sein eigenes Gewicht.

Bestimmen wir nun das Tragvermögen dieses Stabes:

es ist der log von V 2,87131,

hievon ab log seines Tragverhältnisses — 0,72059,

2,15072.

Uebertrag 2,15072

hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie in bayerischen Granen 0,09011,

log des Tragvermögens des Stabes in bayerischen Granen 2,24083.

Der Magnetstab, welcher $3^{13}/_{16}$ Loth oder 915 Gran wiegt, hat daher ein Tragvermögen von

174,11 Gran.

Bei diesem Magnetstab ist sein Tragverhältnifs ein Bruchtheil seines Gewichts. Zur Bestimmung des Volumens oder des Gewichts, wo bei demselben das Tragverhältnifs $= 1$ ist, ist die Gleichung

$$a = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{n}}$$

$$a^3 = \frac{V}{n^3}$$

der log von V ist	2,87131,
hievon ab log $n^3 = - 0{,}72069 \times 3$	2,16177,
	0,70954,
hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie	0,09011,
	0,79965,

der Magnetismus dieses Stabes ist also so beschaffen, dafs nur

6,3055 Gran

ihr eigenes Gewicht tragen.

Der log der Anzahl der Volumeneinheiten von der Gröfse $\frac{1}{v}$, welche eine franz. Cubiklinie enthält, ist 9,40365,

hiezu log des Volumens von 6,3055 Gran 0,70954,

10,11319,

das Volumen von 6,3055 Gran Gewicht enthält daher

12977875000 Volumeneinheiten

von der Geschwindigkeit $= 1$ oder von der Gröfse $\frac{1}{v}$; weil nun jede solche Volumeneinheit das 2350fache Tragverhältnifs hat, so giebt 2350^3 dieselbe Anzahl der genannten Volumeneinheiten.

Ueber die Bestimmung des Verhältnisses der Erdmagnetismen an den verschiedenen Orten der Erde.

Weil bei dem Magnetismus innerhalb der Masse $S = \sqrt[3]{V^2}$ ist, so kann der Erdmagnetismus auch nur in diesem Verhältnifs auf die Masse wirken und aus dem Satz der Gegenwirkung folgt, dafs einerlei Functionen der Zeit stattfinden müssen, ob bei unveränderlichem Erdmagnetismus

sich der Magnetismus des Stabes ändert, oder ob bei unveränderlichem Stabmagnetismus sich der Erdmagnetismus ändert. In Nürnberg wird das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente durch die Gleichung

$$\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

bestimmt, folglich wird dasselbe auch an denjenigen Orten, wo der Erdmagnetismus verschieden ist, dadurch bestimmt, und dieses Gleichgewicht der Momente ändert sich nach Verhältnifs der Erdmagnetismen. Daraus ergeben sich folgende Sätze. Hat ein und derselbe Magnetstab, wo er schwingt, hinreichende Masse, so verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3};$$

ist er an denjenigen Orten, wo er schwingt, zu leicht, so verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$T^3 : t^3;$$

ist aber sein Gewicht so beschaffen, dafs er für den einen Ort zu leicht ist, bei dem andern Orte aber hinreichende Masse hat, so erhält man aus dem Verhältnifs seiner Schwingungsdauer an beiden Orten gar kein Verhältnifs der Erdmagnetismen. Ferner ergiebt sich daraus, dafs sich das Verhältnifs der Erdmagnetismen durch das Verhältnifs der Gewichte oder Volumen bestimmen läfst, wo bei gleicher Länge die magnetischen und Massen-Momente an beiden Orten im Gleichgewicht sind, wo sich daher bei gleichen Längen verhält

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}} = v : V,$$

oder dafs sich das Verhältnifs der Erdmagnetismen durch das umgekehrte Verhältnifs der Quadrate der Längen bestimmen läfst, wo bei gleichem Gewicht der Magnetstäbe an beiden Orten bei den verschiedenen Längen die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, wo sich daher bei gleichem Gewicht verhält

$$L^2 : l^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}.$$

Die Wahrheit dieser Sätze werden wir in einem speziellen Falle hier näher auseinander setzen.

Man hat gefunden, dafs eine Magnetnadel
in Paris in 10 Minuten 245 Schwingungen machte, welche
in Peru in 10 Minuten 211 Schwingungen vollendete.
Da nun die Länge und das Gewicht dieser Magnetnadel unbekannt ist, so läfst sich auch über das Verhältnifs der Erdmagnetismen an beiden

Orten nichts bestimmen. Denn hat die Nadel für beide Orte hinreichende Masse gehabt, so findet das Verhältnifs

$$\sqrt{211^3} : \sqrt{245^3} = 1 : 1{,}2512$$

statt, ist aber die Nadel für beide Orte zu leicht gewesen, so findet das Verhältnifs

$$211^3 : 245^3 = 1 : 1{,}5654$$

statt, wäre aber das Gewicht dieser Nadel so beschaffen gewesen, dafs sie in Paris zu leicht war, in Peru aber hinreichende Masse gehabt hätte, so läfst sich aus dem Verhältnifs der Anzahl der Schwingungen gar kein Verhältnifs der Erdmagnetismen an beiden Orten bestimmen. Um nun diese drei Fälle gehörig untersuchen zu können, so wollen wir annehmen, der Erdmagnetismus sei in Nürnberg eben so grofs als wie in Paris, und die Nadel soll 36 französische Linien lang sein und 1 bayerisches Loth oder 240 Gran wiegen. Hat nun diese Nadel in 10 Minuten in Paris 245 Schwingungen und in Peru 211 Schwingungen gemacht, so ist die Zeit einer Schwingung in Paris

2,449 Secunden;

hievon ist der log	0,38898,
in Quarten ist der log	3,94528,

die Zeit einer Schwingung ist in Peru

2,8436 Secunden;

hievon ist der log	0,45387,
und in Quarten ist der log	4,01017,

da nun diese Magnetnadel an beiden Orten hinreichende Masse hat, so verhalten sich die Erdmagnetismen

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = 1 : 1{,}2512.$$

Nun mufs ferner noch bestimmt werden, wie grofs die Schwingungsdauer und das Gewicht dieser Nadel in Paris ist, wenn daselbst die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Dieses geschieht dadurch, dafs der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ in Paris bestimmt wird.

Es ist der log des Gewichts von 240 Granen	2,38021,
hievon ab log des Gewichts einer franz. Cubiklinie	0,09011,
log des Volumens der Magnetnadel	2,29010,
der log von 36 Linien ist	1,55630,

nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[6]{l}}$$

erhält man für den log der reduzirten Schwingungsdauer einer franz. Cubiklinie in Quarten 2,92253,

der log der wirklichen Schwingungsdauer einer franz, Cubiklinie durch die Gravitation in Quarten ist 2,29680,
man erhält daher nach der Gleichung

$$\sqrt{\left(\frac{\mathfrak{T}\,.\,\sqrt{2}}{\frac{t}{\sqrt{2}}}\right)^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

für den log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ in Paris	— 0,93860,
der Log von 36 Linien Länge ist	1,55630,
log von $\sqrt{\frac{\frac{V}{1}}{\mathfrak{v}}}$ = log von $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}$	2,49490,
log von $\frac{\frac{V}{1}}{\mathfrak{v}}$	4,98980,
hievon ab log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	2,81580,
	2,17400,
hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie	0,69011
log des Gewichts der Nadel	2,26411,

das Gewicht, wo bei diesem Werthe von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ in Paris die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, beträgt daher

183,7 Gran;

bei diesem Gewicht ist ihre Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{240}{183,7}}$ Gran kürzer und sie beträgt

2,2402 Secunden

und die Magnetnadel kann in Paris und Peru bei 60 Gran Gewicht die angezeigte Schwingungsdaner nicht haben. Wenn nun dieselbe bei 60 Gran Gewicht in Paris eine Schwingungsdauer von

2,449 Secunden,

in Peru

2,8436 Secunden

hat, so ist ihr Magnetismus geringer als bei der vorigen Nadel und es mufs nun untersucht werden, ob sie in Paris hinreichende Masse hat, oder ob sie zu leicht ist. Aus einer Tabelle, die wir uns verfertigten,

finden wir, dafs dieselbe bei 60 Gran zu leicht ist. Es wird daher die Gröfse ihres Magnetismus nach der Gleichung

$$\frac{\mathfrak{T}_1 \cdot \sqrt{2}\,\sqrt[3]{l}}{t} = \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$$

bestimmt.

Der log der Schwingungsdauer von 2,449 Secunden in Quarten ist 3,94528,

hievon ab log der Schwingungsdauer des zusammengesetzten Pendels von 36 Linien Länge in Quarten	2,92443,
hiezu log von $\sqrt{2}$	0,15051,
log von $\sqrt[3]{l}$ von $\sqrt[3]{36}$	0,51877,
	3,59371,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$	— 0,35157,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$	— 1,05471,
hiezu log der Länge von 36 Linien	— 1,55630,
log von $\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}}$ = log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$	2,61101,
log von $\frac{V}{\frac{1}{v}}$	5,22202,
hievon ab log von $\frac{1}{v}$	— 3,16413,
	2,05789,
hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie	0,09011,
	2,14800,

gleich 140,6 Gran.

Weil nun dieses das Gewicht ist, wo bei dieser Magnetnadel in Paris die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, so hat sie daselbst bei 60 Gran Gewicht dieselbe Schwingungsdauer, welche sie bei 140,6 Gran hat. In Peru hat die Magnetnadel bei 60 Gran Gewicht eine Schwingungsdauer von 2,8436 Secunden; es mufs daher bestimmt werden, ob sie bei dieser Schwingungsdauer daselbst ebenfalls zu leicht ist:

der log von 2,8436 Secunden in Quarten ist	4,01017,
hievon ab dieselben logarithmen wie in Paris	3,59371,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$	— 0,41646,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$	— 1,24938,

Uebertrag 1,24938

log der Länge von 36 Linien 1,55630

$$\log \text{von } \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \log \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} \qquad 2{,}80568,$$

$$\log \text{von } \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}} \qquad 5{,}61136,$$

$$\text{ab } \log \text{von } \frac{1}{\mathfrak{v}} \qquad 3{,}74814,$$

log von V 1,86322,

hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie 0,09011,

1,95333,

gleich 89,81 Gran.

Weil nun dieses das Gewicht ist, wo in Peru die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, so hat daselbst die Magnetnadel bei 60 Gran Gewicht dieselbe Schwingungsdauer, welche sie bei 89,81 Gran hat, und weil sie nun an beiden Orten zu leicht ist, so verhält sich

$$T^3 : t^3 = e : E$$

$$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$T^3 : t^3 = v : V;$$

denn die log Differenz von diesen Verhältnissen ist 0,19467 und das Verhältnifs des Erdmagnetismus zwischen Paris und Peru wird mit dieser Nadel im Verhältnifs des Quadrats des früheren Werthes grösser befunden, als mit der Magnetnadel, welche hinreichende Masse hatte. Es soll nun die Magnetnadel 120 Gran wiegen und dabei in Paris ebenfalls die Schwingungsdauer von

2,449 Secunden,

in Peru 2,8436 „

haben, so mufs ebenfalls wieder bestimmt werden, weil sie in Paris zu leicht ist, ob sie in Peru zu leicht ist, oder ob sie hinreichende Masse hat. Aus der Tabelle, die wir uns verfertigten, finden wir, dafs die Magnetnadel bei dieser Schwingungsdauer in Peru hinreichende Masse hat. Es wird daher der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[3]{l}}$$

und

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T}\cdot\sqrt{2}}{t}\right)^3}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

bestimmt.

Der log der Schwingungsdauer von 2,8436 Secunden in Quarten ist		4,01017,
der log des Volumens von 120 Gran ist	1,98907,	
log von $\sqrt[3]{V}$	0,66302,	
log von $\sqrt[6]{l}$ von $\sqrt[6]{36}$ Linien	0,25938,	
		0,92240,
log der reduzirten Schwingungsdauer einer franz. Cubiklinie		3,08777,
log der wirklichen Schwingungsdauer derselben durch die Gravitation		2,29680,
nach obiger Gleichung ist daher log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$		— 1,18612,
der log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$ bei derselben Nadel in Paris ist		— 1,05492,
der log der Differenz hievon ist		0,13120,

und dieser log giebt daher das Verhältnifs der Erdmagnetismen zwischen Peru und Paris, weil sich dieselben verhalten wie

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}} = e : E;$$

es giebt also bei dem Gewicht der Magnetnadel von 120 Gran das Verhältnifs der Schwingungsdauer kein Verhältnifs der Erdmagnetismen. Dafs die Magnetnadel in Peru bei 120 Gran hinreichende Masse hat, ergiebt sich aus Folgendem:

Der log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ ist in Peru	— 1,18612,
der log der Länge von 36 Linien ist	1,55630,
es ist daher log $\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}$	2,74242,
der log des Volumens von 120 Gran ist	1,98907,
der log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$	— 3,55836,
log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$	5,54743,
log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,77371,

da nun log von $\sqrt{\frac{\frac{V}{1}}{\mathfrak{v}}}$ gröſser ist als log $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}}$, so hat die Magnetnadel in Peru hinreichende Masse.

Die Engländer bedienen sich bei ihren Beobachtungen der Schwingungsdauer magnetischer Cylinder, die $3\frac{1}{2}$ französische Zoll oder 42 Linien lang sind und $1\frac{3}{4}$ bayerische Loth oder 420 Gran wiegen. Ein solcher Cylinder hat, wenn er glashart und vorzüglich stark magnetisch ist, in Nürnberg eine Schwingungsdauer von

3,50 Secunden;

hievon ist der log 0,54407.
in Quarten ist der log 4,10037.
Nun muſs bestimmt werden, wie groſs bei diesem Cylinder das Gewicht ist, wo in Nürnberg die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind.
Der log des Volumens von 120 Gran Gewicht ist 2,53314

Nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[3]{l}}$$

ist der log der reduzirten magnetischen Schwingungsdauer einer franz. Cubiklinie in Quarten 2,98545,
der log der wirklichen Schwingungsdauer einer franz. Cubiklinie durch die Gravitation in Quarten ist 2,29680,
nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{\left(\frac{\mathfrak{T} \cdot \sqrt{2}}{t}\right)^3}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

erhält man für den log von c_0 in Quarten 1,87735,
für den log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 1,03297,
der log der Länge von 42 Linien ist 1,62325,

folglich ist log $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{\frac{V}{1}}{\mathfrak{v}}}$ 2,65622,

log von $\frac{\frac{V}{1}}{\mathfrak{v}}$ 5,31244,

ab log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ 3,09891,

log von V 2,21353,

Uebertrag 2,21353,

hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie 0,09011,

2,30364,

gleich 201,2 bayerische Gran.

Dieses ist also das Gewicht der Magnetnadel, bei welchem in Nürnberg die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Bei diesem Gewicht ist aber die Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{420}{201,2}}$ Gran kürzer, und dieselbe beträgt

2,7384 Secunden,

wovon der log ist 0,43753,

es verhält sich daher

201,2 Gran : 420 Gran = 1 : 2,0875;

die log Differenz von diesem Verhältnifs ist 0,31961.

Dieses Verhältnifs bestimmt nun, wie lange für das Verhältnifs der Erdmagnetismen das umgekehrte Verhältnifs

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

statt findet. Wenn nämlich dieses umgekehrte Verhältnifs gröfser ist als dasjenige

1 : 2,0875,

so ist dieses ein Beweis, dafs der Magnetstab an dem Orte, wo er schwingt, zu leicht ist, und dafs das Verhältnifs der Schwingungsdauer kein Verhältnifs der Erdmagnetismen giebt. Wir wollen annehmen, die Magnetnadel von 420 Gran Gewicht hat an einem Orte eine Schwingungsdauer von

2,143 Secunden;

hievon ist der log 0,33099,

in Nürnberg ist ihre Schwingungsdauer

3,50 Secunden;

hievon ist der log 0,54407,

es verhält sich daher

$$\sqrt{(3,50)^3} : \sqrt{(2,143)^3} = 1 : 2,0875$$

und dieses zeigt an, dafs sich an beiden Orten die Erdmagnetismen, wie die Gewichte von

201, 2 Gran : 420 Gran

verhalten, dafs aber auch bei diesem Gewichte an beiden Orten die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Wird daher die Schwingungsdauer der Magnetnadel, welche sie in Nürnberg bei dem Gleichgewicht beider Momente bei dem Gewicht von 201,2 Gran hat, mit derjenigen verglichen, welche dieselbe an dem Orte hat, wo

bei dem Gewicht von 420 Gran die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, so giebt das umgekehrte Verhältnifs

$$T^3 : t^3$$

dasselbe Verhältnifs der Erdmagnetismen. In Nürnberg ist bei dem Gewicht von 201,2 Gran die Schwingungsdauer der Nadel

2,7384 Secunden,

an dem andern Orte ist dieselbe bei dem Gewicht von 420 Gran

2,143 Secunden;

es verhält sich daher

$$(2{,}7384)^3 \text{ Sec.} : (2{,}243)^3 \text{ Sec.} = 1 : 2{,}0875$$

wie hieroben. Hat die Magnetnadel bei ihrem Gewicht von 420 Gran an einem Ort die Schwingungsdauer von

2 Secunden,

so ist sie daselbst zu leicht, und es giebt das Verhältnifs

$$(2{,}7384)^3 : 2^3 = 1 : 2{,}5675$$

das Verhältnifs der Erdmagnetismen beider Orte. Wenn man annimmt, dafs Nürnberg ohngefähr in der Mitte des schwächsten und stärksten Erdmagnetismus liegt, so ist nicht zu erwarten, dafs es Orte auf der Erde giebt, wo der angezeigte Cylinder zu leicht werde, weil alsdann der Erdmagnetismus im Verhältnifs von

$$1 : 2{,}0876$$

gröfser sein müfste als in Nürnberg. Man kann daher überzeugt sein, dafs bei den Beobachtungen, welche man mit einem solchen Cylinder anstellt, sich an allen Orten der Erde die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

verhalten.

Ueber die Form, Länge und Masse der Magnetstäbe.

Weil bei der Länge eines Magnetstabes, wo seine magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, sich durch Verminderung der Masse seine Schwingungsdauer nicht ändert, so ist es vortheilhaft, denjenigen Magnetnadeln, welche sich auf Spitzen drehen, nicht mehr Masse zu geben als nöthig ist, da durch Verminderung der Masse die Friction vermindert wird und die Nadel an Empfindlichkeit gewinnt. Allein bei Magnetstäben, welche man aufhängt, um aus der Geschwindigkeit ihrer

Schwingungen die Aenderungen in der Gröfse des Erdmagnetismus zu beobachten, ist man im Zweifel gewesen, ob man sich kleiner oder grofser Magnetstäbe bedienen soll. Die allgemeine Gleichung

$$t = c_0 \sqrt{l} \cdot \sqrt[4]{l}$$

zeigt jedoch, dafs, wenn der Magnetismus der Masse unveränderlich bleibt, und dieselbe mit der Länge nicht stärker als das Quadrat der Länge wächst und es findet eine Aenderung des Erdmagnetismus statt, man in demselben Zeitintervall aus den Beobachtungen mit dem grofsen und kleinen Magnetstabe gleiche Werthe erhält, weil sich immer verhält

$$t : T = \sqrt{l} \cdot \sqrt[4]{l} : \sqrt{L}\ \sqrt[4]{L}$$
$$t : T = \sqrt{l} \cdot \sqrt[4]{w} : \sqrt{L} \cdot \sqrt[4]{W},$$

nur dafs in derselben Zeit der kleine mehr und der gröfsere weniger Schwingungen macht, welches wir durch Beispiele zu erläutern nicht nöthig haben, da die Sache an und für sich klar ist. Da wir aber nur von grofsen Magnetstäben wichtige Aufschlüsse über das Verhältnifs des Erdmagnetismus erwarten, so wollen wir zur Untersuchung über die Schwingungsdauer folgender zwei Magnete übergehen:

Länge $1/4$ Fufs = 36 Linien, Gewicht $9 1/4$ Gran,
Länge 16 Fufs = 2304 Linien.

Der stärkste Magnetismus, welcher uns bei unseren Versuchen vorkam, war der einer stählernen Nähnadel von 36 Linien Länge und $9 1/4$ Gran Gewicht, welche dabei eine Schwingungsdauer von

1,62 Secunden

hatte, und welche einen weit gröfseren Magnetismus besitzt, als alle die Magnete von gröfserem Gewicht, die wir verfertigen und bisher angegeben haben. Die Ursache davon werden wir später anführen. Wollte man nun einen Magnetstab von 16 Fufs Länge verfertigen, so müfste man ihm wenigstens ein Gewicht von 40 bis 60 Pfd. geben, aber bei allem dem würde er sich nicht so vollkommen und gleichförmig härten lassen, dafs er für den Gebrauch anwendbar wäre, und man mufs daher auf die Anfertigung eines solchen Stabes verzichten. Bei unseren Versuchen hat sich jedoch ergeben, dafs auch ungehärteter Stahl, wenn er die gehörigen Eigenschaften besitzt, einen beträchtlichen Grad von Magnetismus annimmt. Es wurde nämlich ein Magnetstab von ungehärtetem Stahl von $7 3/4$ Loth Gewicht und $16 1/3$ Zoll oder 200 Linien Länge verfertiget, welcher eine permanente Schwingungsdauer von

11,92 Secunden

hatte; hievon ist der log 1,07628,
der log in Quarten ist 4,63258,
vergleicht man nun diese Schwingungsdauer mit derjenigen, welche ein

Magnetstab von gehärtetem Stahl und 8½ Loth Gewicht und 18 Zoll Länge hat, und welche

11,35 Secunden

beträgt, so sieht man, dafs obiger Stab ziemlich stark magnetisch ist. Es mufs nun die Gröfse des Magnetismus des Stabes von 200 Linien Länge oder der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ bestimmt werden. Aus der Tabelle, die wir uns verfertigten, finden wir, dafs dieser Stab bei 7¾ Loth zu leicht ist, und dafs der Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ durch die Gleichung

$$\frac{\mathfrak{T}_1 \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{l}}{t^2} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

bestimmt wird.

Es ist der log der Schwingungsdauer des Stabes in Quarten	4,63258,
hievon ab log der Schwingungsdauer des zusammengesetzten Pendels von 200 Linien Länge in Quarten	3,29680,
log von $\sqrt{2}$	0,15051,
log von $\sqrt[3]{l}$ von $\sqrt[3]{200}$	0,76701,
	4,21432,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	— 0,41826,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	— 1,25478,
log der Länge von 200 Linien	2,30103,
log von $\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \log \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	3,55581,
log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$	7,11162,
hievon ab log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$	3,76434,
log des Volumens	3,34728,
hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie	0,09011,
	3,43739,

gleich 2737,7 Gran oder 11,417 Loth;

dieses ist das Gewicht des Stabes bei 200 Linien Länge, wo die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, und der Stab hat dabei die angezeigte Schwingungsdauer von

11,92 Secunden;

der log von c_0 ist hiebei in Quarten 1,66941,
giebt man nun diesem Stabe die Länge von 16 Fufs oder von 2304 Linien, so wird seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[6]{\left(\frac{2304}{200}\right)^6}$ länger und dieselbe beträgt

91,375 Secunden;

hievon ist der log 1,96083,
der Stab mufs aber bei der Länge von 16 Fufs ein gröfseres Gewicht als 11,417 Loth haben, damit er sich gehörig magnetisiren läfst, und wenn dieses Gewicht im Verhältnifs des Quadrats der Länge wächst, so ist dasselbe im Verhältnifs $\left(\frac{2304}{200}\right)^2$ gröfser und es beträgt für das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente

47,31 Pfd.;

hievon ist der log 1,67493,
diesem Stabe könnte man daher das Gewicht von 46 bis 47 Pfd. geben. Wenn man nun den Querschnitt dieses Stabes quadratisch annimmt, so ist seine Dicke ohngefähr $11\frac{1}{2}$ Linien, und es fragt sich, ob sich bei diesem Querschnitt der Stab noch gehörig magnetisiren läfst und ob dabei die Indifferenzlinie genau in die Mitte zu bringen ist, und da wir noch nie einen solchen Magnetstab verfertigt haben, so kann erst die Erfahrung darüber entscheiden.

Die angeführte Magnetnadel hatte bei einer Länge von 36 Linien und einem Gewicht von $9\frac{1}{4}$ Gran eine Schwingungsdauer von

1,62 Secunden;

hievon ist der log 0,20952,
und in Quarten ist der log 3,76582,
da diese Nadel zu leicht ist, so mufs die Gröfse ihres Magnetismus nach der Gleichung

$$\frac{\mathfrak{T}_1 \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{l}}{t} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$$

bestimmt werden.

es ist log der Schwingungsdauer der Nadel 3,76582,
hievon ab log der Schwingungsdauer des zusammengesetzten Pendels von 36 Linien in Quarten 2,92443,
log von $\sqrt{2}$ 0,15051,
log von $\sqrt[3]{l}$ von $\sqrt[3]{36}$ 0,51877,

3,59371,

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 0,17211,

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ — 0,51633,

log der Länge des Magnetstabes von 2304 Linien 3,36248,

$\log \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}} = \log \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$ 3,87881,

log von $\frac{V}{\frac{1}{v}}$ 7,75762,

ab log von — 1,54899,

log des Volumens des Magnetstabes 6,20863,
hiezu log des Gewichts einer franz. Cubiklinie 0,09011,
log des Gewichts in bayerischen Granen 6,29874,

gleich 259 Pfd.;

dieses ist das Gewicht für diesen Stab bei dem Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente,
und bei denselben ist log c_0 in Quarten 2,03863.
Die Schwingungsdauer für dieses Gewicht wird dadurch erhalten, dafs man die Schwingungsdauer von 1,62 Secunden mit $\sqrt[6]{\left(\frac{2304}{36}\right)^5}$ multiplizirt, und dieselbe ist

51,84 Secunden,

wovon der log ist 1,71467.
Dieser letztere Stab besitzt also einen 5,476 mal gröfseren Magnetismus als der erstere, weil sich verhält

$$T^3 : t^3 = 1 : 5,476,$$

und es verhält sich ebenfalls

$$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{v}} : \frac{1}{\sqrt[3]{V}}$$

$$T^3 : t^3 = v : V;$$

allein ein so grofser Magnetismus kommt nur in seltenen Fällen bei kleinen Nadeln vor, und kann einer grofsen Masse nie beigebracht werden.

Die Nadel von 3 Zoll Länge und 9¼ Gran Gewicht hat eine Schwingungsdauer von

1,62 Secunden,

der Stab von 16 Fufs Länge und 46 Pfd. Gewicht hat eine Schwingungsdauer von

91,375 Secunden.

Nun wollen wir annehmen, zwei Beobachter beobachten an ein und demselben Orte mit beiden Magneten die Aenderung der Intensität des Erdmagnetismus, welche in dem Verhältnifs geschähe, dafs nun die kleine Nadel eine Schwingungsdauer von

1,63 Secunden

hat. Um nun diese Aenderung genau und sicher bestimmen zu können, so mufs man wenigstens 300 Schwingungen beobachten, wozu 8 Minuten und 9 Secunden Zeit erforderlich sind, in derselben Zeit erhält man aber denselben Werth durch die Beobachtung von 3,282 Schwingungen des grofsen Stabes. Allein die kleine Nadel wird nicht so lange regelmäfsig schwingen, ihr Elongationswinkel mufs sehr grofs sein, und ihre Schwingungsbögen nehmen schnell ab, dahingegen der grofse Stab nur einen sehr kleinen Elongationswinkel erfordert und sehr lange fortschwingt. Beide Magnetnadeln sind bei dem angegebenen Gewicht zu leicht, und es verhält sich daher die Aenderung des Erdmagnetismus umgekehrt wie

$$T^3 : t^3,$$

die log Differenz von diesem Verhältnifs ist 0,00501,
und daher verhält sich

$$(91{,}730)^3 : (91{,}375)^3 = (1{,}63)^3 : (1{,}62)^3.$$

Wir wollen nun untersuchen, wie bei derselben Aenderung des Erdmagnetismus das Verhältnifs der Schwingungsdauer beider Magnetnadeln beschaffen wäre, wenn der 16füfsige Stab statt 46 Pfd. nun 56 Pfd. wiegen würde. Dieser Stab hat bei 46 Pfd. dieselbe Schwingungsdauer, welche er bei 47,31 Pfd. hat, und wenn er nun bei gleichem Werthe von c_0 10 Pfd. mehr wiegt, so nimmt seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{56}{47{,}31}}$ zu und dieselbe beträgt nun statt 91,375 Secunden jetzt

96,58 Secunden,

wovon der log ist 1,98488,
der log der Verminderung des Erdmagnetismus ist 0,00501,
bei 56 Pfd. Gewicht hat der Magnetstab hinreichende Masse und die Functionen der Zeit für das Verhältnifs der Aenderung des Erdmagnetismus stehen jetzt, weil der Stab hinreichende Masse hat, in dem umgekehrten Verhältnifs von

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3};$$

wenn sich nun der Erdmagnetismus in obigem Verhältnifs vermindert, so nimmt t oder die Schwingungsdauer nicht im Verhältnifs der Cubikwurzel dieses Verhältnisses zu, sondern die Schwingungsdauer nimmt

im Verhältnifs der Cubikwurzel aus dem Quadrat dieses Verhältnisses zu und die Schwingungsdauer des Stabes bei dem Gewicht von 56 Pfd. beträgt bei Aenderung des Erdmagnetismus

97,325 Secunden,

wovon der log ist 1,98822;

es verhält sich daher

$$\sqrt{(97,325)^3} : \sqrt{(96,58)^3} = (1,63)^3 : (1,62)^3$$

und die log Differenz aus beiden Verhältnissen ist 0,00501. Bei jedem Magnetstab, mit dem man die Aenderungen in dem Erdmagnetismus beobachtet, mufs man daher wissen, ob er hinreichende Masse hat, oder ob er zu leicht ist, damit man weifs, welches Verhältnifs dabei stattfindet. Sehr bequem würde es sein, wenn man einen Magnetstab verfertigen könnte, bei welchem ganz genau für einen bestimmten Zeitpunkt

$$\frac{\mathfrak{f}}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

wäre, und alsdann würde bei jeder Aenderung des Erdmagnetismus, die länger als die Schwingungsdauer dieses Stabes wäre, das umgekehrte Verhältnifs

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

bei einer Schwingungsdauer, die aber kürzer als diejenige des Stabes wäre, das umgekehrte Verhältnifs

$$T^3 : t^3$$

stattfinden, da aber dieses nicht möglich ist, so mufs man sich hüten, dafs man sich nicht eines Magnetstabes bediene, dessen Schwingungsdauer sehr nahe an dieser Grenze liegt, weil es sonst der Fall sein könnte, dafs keines dieser beiden Verhältnisse das richtige Verhältnifs von der Aenderung des Erdmagnetismus geben würde und man erst aus der Schwingungsdauer den Werth von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ berechnen müfste.

Wir erwarten von grofsen und langen Magnetstäben die wichtigsten Aufschlüsse über das Verhalten des Erdmagnetismus, und wir finden, dafs es nicht unmöglich ist, brauchbare Magnetstäbe von 16 bis 20, ja sogar von 24 Fufs Länge zu verfertigen; so würde z. B. ein Magnetstab von 24 Fufs Länge 104 Pfd. wiegen und eine Schwingungsdauer von

135 Secunden

besitzen.

Es ist von vorzüglicher Wichtigkeit, zu erfahren, ob diejenige Eigenschaft unserer Erde, welche wir Erdmagnetismus nennen, auch andern Weltkörpern, als dem Mond und vorzüglich der Sonne, zukomme,

und hierüber können nur sehr grofse Magnetstäbe die geeigneten Aufschlüsse geben.

Man nimmt an, die Aenderungen und die Schwankungen in der Intensität des Erdmagnetismus wären oft so schnell, dafs sie nur mit kleinen Magnetstäben von kurzer Schwingungsdauer, aber nicht mit grofsen Magnetstäben von langer Schwingungsdauer in Erfahrung gebracht werden können; allein die Aenderungen in der Intensität des Erdmagnetismus lassen sich aus der verschiedenen Geschwindigkeit, welche der grofse Magnetstab an den verschiedenen Stellen seiner Bahn hat, vermittelst eines Theodoliten an einer Scala sehr leicht beobachten. Die Schwingungsdauer kleiner und leichter Magnetnadeln ist so vielen zufälligen Störungen unterworfen, dafs man nie mit Zuversicht darauf rechnen kann, ob die Aenderungen in derselben von dem Erdmagnetismus herrühren.

Nach den bisherigen Untersuchungen kann das Verhältnifs der Erdmagnetismen nur dadurch bestimmt werden, dafs man ein und denselben Magnetstab an den verschiedenen Orten der Erde schwingen läfst. Man hat in neuerer Zeit das Verhältnifs der Intensität der Erdmagnetismen durch Zahlen bestimmen wollen und ist von folgenden Voraussetzungen ausgegangen. Bezeichnet man das Trägheits-Moment des Magnetstabes, nachdem es mit $\pi\pi$ multiplizirt, und mit g oder der doppelten Fallhöhe für die gewählte Zeiteinheit dividirt worden ist, mit C, so kann aus C und der beobachteten Schwingungsdauer t des Magnetstabes das von der Erde ausgeübte Drehungsmoment bestimmt werden, und aus den Lehren der Dynamik folgt, dafs letzteres

$$= \frac{C}{tt}$$

ist. Bezeichnet also T den Erdmagnetismus und M den Magnetismus des Magnetstabes, so ist

$$T = \frac{C}{tt\,.\,M}$$

$$T\,.\,M = \frac{C}{t\,.\,t}$$

allein die Versuche zeigen, dafs das von der Erde ausgeübte Drehungsmoment nicht im Verhältnifs von $\frac{C}{tt}$ steht, und dafs weder C noch tt die Werthe haben, welche man ihnen hier unterlegt, und also die Zahlenwerthe, die aus diesen Gleichungen, vermittelst der Ablenkungen einer Magnetnadel durch einen Magnetstab, abgeleitet wurden, gar nicht das Verhältnifs der Intensität der Erdmagnetismen, sondern etwas ganz

Verschiedenartiges ausdrücken. Es wurde auch im Vorigen bewiesen, dafs ungeachtet der vielen Beobachtungen in der Schwingungsdauer, die mit ein und denselben Magnetnadeln an den verschiedenen Orten der Erde gemacht wurden, doch das wahre Verhältnifs der Erdmagnetismen noch unbekannt ist.

Ueber die Wirkungen des Magnetismus bei Aenderung der Gravitation.

Im Vorhergehenden haben wir die verschiedenen Functionen angegeben, welche bei unveränderlicher Gravitation bei Aenderung des Stab- und Erdmagnetismus stattfinden. Zu diesem Resultate sind wir dadurch gelangt, dafs durch die Versuche die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ oder von der Gröfse $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ aufgefunden wurde, bei welcher

Gröfse die Masse $= 1$,
das Volumen $= 1$,
ihre wirkliche Schwingungsdauer durch die Gravitation $= 1$,
ihre reduzirte magnetische Schwingungsdauer durch den Erdmagnetismus $= 1$,
die Gröfse ihres Magnetismus $= 1$,
der Erdmagnetismus $= 1$,
die Gravitation oder die Attraction der Erde $= 1$,

ist. In der Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ist

$$\frac{\frac{\mathfrak{T} \cdot \sqrt{2}}{t}}{\sqrt{2}} = 1;$$

daher ist bei derselben

$$\mathfrak{T} \cdot \sqrt{2} = \frac{t}{\sqrt{2}} \text{ und } \mathfrak{T} \cdot 2 = t \text{ und } \mathfrak{T} = \frac{t}{2}$$

und es wird die Gröfse der Wirkung des Magnetismus durch die Gravitation, mithin durch die Länge des zusammengesetzten Secundenpendels, und daher durch den Werth von g bestimmt.

Wenn ein Magnetstab so aufgehängt ist, dafs er eine horizontale Lage hat, so ist sein Gewicht aufgehoben. Allein in das Volumen seiner Masse wirken zwei Ursachen:

1) die Anziehung der Erde, welche wir jetzt Attraction nennen wollen;
2) der Erdmagnetismus.

Von dem Erdmagnetismus wird das Volumen ein und derselben Masse schneller oder langsamer bewegt, je nachdem dasselbe stärker oder schwächer magnetisch ist.

Bei gleichem Magnetismus und bei gleichem Volumen wird aber ein Magnet von dem Erdmagnetismus langsamer bewegt, wenn die Attraction in das Volumen seiner Masse gröfser ist; derselbe wird aber von dem Erdmagnetismus schneller bewegt, wenn die Attraction der Erde in das Volumen seiner Masse geringer ist, welche Sätze ganz einfach und klar sind und in den Gesetzen der Bewegung und der Geschwindigkeit ihren Grund haben, weil die Attraction senkrecht auf die Länge des Magnetstabes wirkt.

Nun wirkt aber die Attraction der Erde in das Volumen der Masse des Magnets im Verhältnifs von $\frac{\frac{V}{1}}{\mathfrak{v}}$, der Erdmagnetismus wirkt aber im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{\frac{V^2}{1}}{\mathfrak{v}^2}}$, woraus sich also klar und deutlich erkennen läfst, warum die Gleichung

$$\frac{\frac{\sqrt[3]{l^2}}{1}}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}} \cdot \frac{\frac{V}{1}}{\mathfrak{v}} = \frac{\frac{l^2}{1}}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\frac{V}{1}}{\mathfrak{v}}}$$

$$\frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} = \sqrt{\frac{\frac{V}{1}}{\mathfrak{v}}}$$

das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente bestimmt.

Wie sich bei Aenderung der Attraction der Erde die Schwingungsdauer eines Magnetstabes ändert, kann durch Versuche nicht nachgewiesen werden, sondern dasselbe mufs aus dem Gesetz des Magnetismus bestimmt werden. Wir werden daher zu den Functionen des Magnetismus bei Aenderung der Schwere oder der Attraction übergehen.

Wenn in Nürnberg an dem Orte A das Volumen eines Magnets von 1 Pfd. Gewicht 14 Pfd. trägt, so hat er daselbst das 14fache Tragverhältnifs. Wird nun dieser Magnet an einen Ort B gebracht, wo die Schwere zweimal gröfser ist als in Nürnberg, so trägt er daselbst ebenfalls 14 Pfd., aber der Magnet wiegt daselbst 2 Pfd.; er hat daher

in A das 14fache Tragverhältnifs,
in B das 7fache »

Bezeichnet nun

g die kleinere, G die gröfsere Schwere,
n das kleinere, N das gröfsere Tragverhältnifs

des Magnets an beiden Orten, so verhalten sich bei gleichem Volumen die Tragverhältnisse des Magnets an beiden Orten umgekehrt wie die Schweren, und es verhält sich

$$G : g = n : N.$$

Das Tragverhältnifs eines Magnets wird durch sein Gewicht bestimmt. Das Gewicht bestimmt den Druck, welchen das Volumen ausübt. Das Gewicht oder der Druck von 1 Pfd. bleibt immer derselbe, wie sich auch die Schwere ändern mag, nur verhalten sich die Volumen, welche gleiches Gewicht oder gleichen Druck haben, umgekehrt als wie die Schweren. Es ist daher das Volumen, welches in B das Gewicht oder den Druck von 1 Pfd. hat, nur halb so grofs als in A, und darum trägt es in B ebenfalls 14 Pfd., das Volumen des Magnets wiegt aber daselbst 2 Pfd., folglich hat es in B nur das 7fache Tragverhältnifs. Wenn nun in B der Magnet ebenfalls wie in A 1 Pfd. wiegen soll, so mufs sein Volumen um die Hälfte vermindert werden, dadurch wird aber sein Tragverhältnifs im Verhältnifs von $\sqrt[3]{2}$ gröfser, und wenn sich die Tragverhältnisse beider Magnete bei gleichem Volumen an beiden Orten wie

$$N : \frac{N}{2}$$

verhalten, so verhalten sich dieselben bei gleichem Gewicht wie

$$N : \frac{N \sqrt[3]{2}}{2}$$

$$N : \frac{N}{\sqrt[3]{2^2}}$$

die beiden Magnete haben daher

bei dem Gewicht von 1 Pfd. in A das 14fache Tragverhältnifs,
„ „ „ „ 1 Pfd. in B das 8,8195fache „

Für gleichen Druck und für gleiches Gewicht verhält sich daher

$$\sqrt[3]{G} : \sqrt[3]{g} = \sqrt{n} : \sqrt{N}$$

$$\sqrt[3]{G^2} : \sqrt[3]{g^2} = n : N$$

$$G^2 : g^2 = n^3 : N^3$$

oder bei gleichem Druck oder gleichem Gewicht verhalten sich die Cubi der Tragverhältnisse umgekehrt wie die Quadrate der Schweren. Wenn daher von zwei Magneten, die an beiden Orten das Gewicht von 1 Pfd. haben,

der eine in A das 14fache Tragverhältnifs,
der andere in B das 8,8195fache „

hat, so sind beide gleich stark magnetisch. Dieses ist also das Verhältnifs der Tragverhältnisse zu den Schweren, wenn der Druck oder das Gewicht des Volumens der Masse an beiden Orten = 1 ist. Sollen nun an beiden Orten die zwei Magnete gleiche Tragverhältnisse haben, so müssen sich ihre Volumen umgekehrt als wie die Cubi der Schweren verhalten.

Bei gleichem Volumen hat in B der Magnet das 7fache Tragverhältnifs, soll er nun bei demselben Magnetismus ein zweimal gröfseres Tragverhältnifs, daher ebenfalls, wie der Magnet in A, das 14fache Tragverhältnifs haben, so mufs sein Volumen 8 mal oder im Verhältnifs des Cubus der Schwere kleiner werden.

Bei gleichem Tragverhältnifs verhalten sich also die Volumen zu den Schweren oder Attractionen, wie

$$G^3 : g^3 = v : V$$
$$G : g = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

nämlich die Cubikwurzeln der Volumen derjenigen Magnete, welche bei unveränderlichem Erd- und Stabmagnetismus bei verschiedenen Schweren oder Attractionen gleiches Tragverhältnifs haben, verhalten sich umgekehrt wie die Schweren oder Attractionen.

Bei allen diesen Untersuchungen ist unveränderlicher Stab- und Erdmagnetismus vorausgesetzt.

Da beide Magnete gleich stark magnetisch sind, so stehen ihre magnetischen Wirkungen in dem umgekehrten Verhältnifs von

$$\sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}.$$

Die Proportion

$$G : g = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

sagt also, wenn sich bei verschiedener Schwere die Cubikwurzeln zweier Magnete von verschiedenem Volumen und von gleichem Magnetismus umgekehrt wie die Schweren verhalten, so haben sie gleiches Tragverhältnifs, und wiederum wenn zwei Magnete von verschiedenem Volumen und von gleichem Magnetismus an Orten von verschiedener Schwere gleiches Tragverhältnifs haben, so verhalten sich die Schweren umgekehrt wie die Cubikwurzeln dieser Volumen. Nun hat in Nürnberg an dem Orte A die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1, oder von der Gröfse $\frac{1}{v}$ das 2350fache Tragverhältnifs, folglich ist an dem Orte B, wo die Schwere zweimal gröfser ist, dieselbe Volumeneinheit, welche das 2350fache Tragverhältnifs hat, 8 mal, und ihre Cubikwurzel 2 mal kleiner, und sie hat daselbst ebenfalls die Geschwindigkeit = 1, wie in Folgendem näher bewiesen wird.

Die Magnete sollen an beiden Orten als Würfel schwingen. Es sei nun das Volumen, wo der Magnet in A 1 Pfd. wiegt und das 14 fache Tragverhältnifs hat, $= V$,
die Schwingungsdauer in A $= T$;
soll nun in B, wo die Attraction zweimal gröfser ist, der Erdmagnetismus in ein Volumen mit derselben Stärke wirken, oder dasselbe mit gleicher Stärke wie in A anziehen, so mufs in B das Volumen 8 mal kleiner sein, und die Schwingungsdauer ist daselbst $= \frac{T}{2}$
es verhält sich daher an beiden Orten

$$t : T = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$
$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$
$$t^3 : T^3 = v : V$$

und beide magnetischen Würfel haben an beiden Orten gleiches Tragverhältnifs. Nun wurde aber im Vorigen bewiesen, dafs sich verhält

$$G : g = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$
$$\sqrt[3]{G^2} : \sqrt[3]{g^2} = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$
$$G^3 : g^3 = v : V.$$

Wenn daher an Orten von verschiedener Attraction die Schwingungsdauer zweier magnetischen Würfel von verschiedenem Volumen und von gleichem Magnetismus sich wie die Cubikwurzel aus ihrem Volumen verhält, so haben sie gleiches Tragverhältnifs; und wiederum, wenn an Orten von verschiedener Attraction die Schwingungsdauer zweier magnetischer Würfel von verschiedenem Volumen aber gleichem Magnetismus sich wie die Cubikwurzel aus ihrem Volumen verhält, so verhalten sich die Schweren umgekehrt wie die Cubikwurzeln dieser Volumen.

Da sich nun verhält

$$t : T = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$
$$G : g = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$
$$c_0 : C_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

und weil diese Volumeneinheiten gleiches Tragverhältnifs haben, und in A oder in Nürnberg die Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{V}}$ das 2350 fache Tragverhältnifs besitzt, so haben an allen Orten von verschiedener Attraction diese Volumeneinheiten gleiches Tragverhältnifs. Es ist daher mit Aenderung der Attraction auch die Aenderung von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$, mithin die Aenderung der Schwingungsdauer des Magnetstabes gegeben.

Bei den Volumen von gleichem Tragverhältnifs, und daher auch beim Tragverhältnifs = 1, verhält sich an Orten von verschiedener Attraction

$$G^3 : g^3 = v : V.$$

Bei den Gewichten oder dem Druck, welche diese Volumen an den Orten von verschiedener Attraction haben, verhält sich

$$G^2 : g^2 = p : P;$$

in A hat der Magnet bei dem Volumen, wo er 1 Pfd.-wiegt, das 14fache Tragverhältnifs;

in B ist das Volumen des Magnets, wo er ebenfalls das 14fache Tragverhältnifs hat, 8 mal kleiner, da aber daselbst die Attraction 2 mal gröfser ist als in A, so wiegt das 8 mal kleinere Volumen nur 4 mal weniger. Es verhalten sich daher an beiden Orten für gleiches Tragverhältnifs die Volumen zu den Attractionen umgekehrt wie

8 : 1,

die Gewichte wie 4 : 1.

Bei der Schwingungsdauer kommt das Gewicht der Magnete nicht in Betrachtung, sondern nur das Volumen der Masse, und die Functionen werden aus den Wirkungen der Attraction und des Erdmagnetismus in das Volumen der Masse abgeleitet und bestimmt.

Wir haben die Functionen in ihren einfachsten Verhältnissen dargestellt, wie sie sich unmittelbar nach den Versuchen aus dem Gesetz des Magnetismus ergeben.* Dieselben lassen sich nun nicht weiter erklären oder durch andere Formeln näher beweisen, es mufs daher die Bedeutung und der Inhalt der Formeln aus den Versuchen entnommen werden, weil die Gleichung

$$S = \sqrt[3]{V^2}$$

einen Begriff enthält, der nur aus den Thatsachen, aber nicht aus der Gleichung deutlich und klar wird.

In den folgenden Untersuchungen wird vorausgesetzt, dafs der Stab- und Erdmagnetismus unveränderlich, und nur die Attraction der Erde veränderlich ist.

In Nürnberg an dem Orte A hat ein Magnetstab von 8,0632 Loth Gewicht 144 Linien Länge, bei dem 15,326fachen Tragverhältnifs eine Schwingungsdauer von

8,175 Secunden;

hievon ist der log 0,91248,

und in Quarten ist der log 4,46878.

Die Werthe, die sich dabei ergeben, sind folgende:

es ist log von c_0 in Quarten	1,73675,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	— 1,12010,
log von V	3,19662,
log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$	— 3,36030,
log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$	6,55692,
log von $\frac{l}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \log \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	3,27846,
die Schwingungsdauer ist	
log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,18564,
log von $\sqrt[6]{l}$ von $\sqrt[6]{144}$ Linien	0,35972,
log von $\frac{1}{\sqrt[12]{\mathfrak{v}}}$	0,18668,
log von c_0	1,73675,
	4.46879,
ab log von 3600 Quarten	3,55630,
	0,91249,

gleich 8,175. Secunden.

Welche Schwingungsdauer hat nun dieser Magnetstab, wenn er an den Ort B gebracht wird, wo die Schwere oder die Attraction der Erde zweimal gröfser ist als an dem Orte A. Nach den Gleichungen

$$G : g = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$c_0 : C_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

ist an dem Orte B der Werth von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ 8 mal,

„ „ „ $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ 2 „

„ „ „ c_0 2 „

kleiner als in A. Man erhält daher für den Ort B folgende Werthe:

es ist log von c_0 in Quarten	1,43572
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$	— 1,42113,

log von V derselbe wie in A	3,19662,
log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$	— 4,26339,
log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$	7,46001;
log von $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{v}}}} = \log \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	3,73000,

der Stab hat daher in B folgende Schwingungsdauer

log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$	2,48667,
log von $\sqrt[6]{1}$ von $\sqrt[6]{144}$ Linien	0,35972,
log von $\frac{1}{\sqrt[12]{\mathfrak{v}}}$	0,23685,
log von c_0	1,43572,
	4,51896,
ab log von 3600 Quarten	3,55630,
	0,96266,

gleich 9,176 Secunden.

Hieraus ergiebt sich, wie man sieht, dafs sich verhält

$$t^6 : T^6 = g : G$$
$$T^6 : t^6 = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{V}}}$$
$$T^6 : t^6 = c_0 : C_0$$
$$T^6 : t^6 = n : N$$

oder bei unverändertem Erdmagnetismus verhalten sich die sechsten Potenzen der Schwingungsdauer directe wie die Schweren oder wie die Attractionen, aber umgekehrt wie die Gröfsen von $\frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}}$, und wie die Schwingungsdauer von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ und umgekehrt wie die Tragverhältnisse der Magnete, denn obige Verhältnisse geben das Verhältnifs

$$1 : 2,$$

welches das Verhältnifs der Schweren an den beiden Orten A und B ist.

Das Verhältnifs der Schweren ändert daher bei unveränderlichem Erdmagnetismus das Tragverhältnifs der Volumeneinheit von der Ge-

schwindigkeit = 1 oder von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ nicht, und in A wie in B hat jede Volumeneinheit vom Tragverhältnifs = 1 dieselbe Anzahl Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit = 1, und bei unveränderlichem Erdmagnetismus stehen die Attractionen der Erde bei ein und demselben Magnetstab in dem umgekehrten Verhältnifs von

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}.$$

In Nürnberg an dem Orte A hat der Magnetstab bei 8,0632 Loth Gewicht das 15,326 fache Tragverhältnifs;
hievon ist der log 1,18542,
und das Tragverhältnifs von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ist daselbst das 2350 fache;
hievon ist der log 3,37106,
an dem Orte B, wo die Schwere zweimal gröſser ist als in A, wiegt der Magnetstab 16,1264 Loth und er hat daselbst das 7,663 fache Tragverhältnifs;
hievon ist der log 0,88439,
der log von $\frac{\mathrm{V}}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ ist bei dem Magnetstabe in B 7,46001,

der log des Tragverhältnisses von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ist in B wie in A 3,37106,
hievon ab log von $\sqrt[3]{\frac{\mathrm{V}}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ 2,48667,

0,88439,

welcher log für das Tragverhältnifs des Magnetstabes in B das

7,663 fache

wie oben giebt.

In Nürnberg an dem Orte A hat der Magnetstab bei 8,9632 Loth Gewicht das 15,326 fache Tragverhältnifs; es ist daher $(15{,}326)^3 \times 8{,}0632$ gleich dem Gewicht vom Tragverhältnifs = 1

gleich 907 Pfd.;

an dem Orte B, wo die Schwere doppelt so grofs ist, wiegt derselbe Magnetstab 16,1264 Loth und er hat daselbst nur das halbe, nämlich das 7,663 fache, Tragverhältnifs, es ist daher $(7{,}663)^3 \times 16{,}1264$ gleich dem Gewicht vom Tragverhältnifs = 1

gleich 226$^3/_4$ Pfd.

und es verhalten sich an beiden Orten die Gewichte, welche gleiches,

und die Schwingungsdauer des Stabes verhält sich an beiden Orten wie die sechste Wurzel aus den Attractionen, und die sechsten Potenzen verhalten sich wie die Attractionen der Erde an beiden Orten. Bei obigem Magnetstab ist in A log von $\frac{\frac{V}{1}}{v}$ 6,55692,

es ist daher log von $\sqrt{\frac{\frac{V}{1}}{v}} = \log \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}}$ 3,27846,

hievon ab log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ — 1,12010,

log der Länge des Magnetstabes 2,15836,

gleich 144 Linien.

In A ist die Länge des Magnetstabes, wo die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind,

144 Linien,

in B ist bei demselben Magnetstab bei demselben Volumen log von $\frac{\frac{V}{1}}{v}$

7,46001,

es ist daher log von $\sqrt{\frac{\frac{V}{1}}{v}} = \log \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}}$ 3,73000,

hievon ab log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ 1,42113,

log der Länge des Magnetstabes 2,30887,

gleich 203,64 Linien;

in B ist die Länge des Magnetstabes bei demselben Volumen für das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente

203,64 Linien,

woraus sich also ergiebt, dafs bei ein und derselben Masse mit Zunahme der Attraction auch die Länge für das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente im Verhältnifs der Quadratwurzel der Attraction zunimmt, und wenn l, L diese Längen bezeichnen, so verhält sich

$$l : L = \sqrt{g} : \sqrt{G}$$

$$l^2 : L^2 = g : G.$$

Es verhalten sich daher die Attractionen directe wie die Quadrate der Längen von gleichem Volumen und gleichem Magnetismus, wenn die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind.

Die Werthe für die Schwingungsdauer des Magnetstabes an dem Orte B bei 203,64 Linien Länge sind folgende:

log von V	3,19662,
log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$	4,26339,
log von $\frac{V}{\frac{1}{v}}$	7,46001,
log von $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}}$ = log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$	3,73000,
log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$	2,48667,
log von $\sqrt[3]{l}$ von $\sqrt[3]{203,64}$ Linien	0,38481,
log von $\frac{1}{\sqrt[18]{v}}$	0,23686,
log von c_0 in Quarten	1,43572,
	4,54406,
ab log von 3600 Quarten	3,55630,
	0,98776,

gleich 9,7215 Secunden.

Bei doppelt so grofser Schwere ist bei demselben Magnetstabe an dem Orte B die Länge für das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente eben so grofs als wie die Länge für dieses Gleichgewicht bei doppelt so grofser magnetischer Masse in A;

der log des Volumens des Stabes ist	3,19662,
hiezu log von 2	0,30103,
log des doppelt so grofsen Volumens	3,49765,
hiezu log von $\frac{1}{\mathfrak{B}}$ in A	+ 3,36030,
log von $\frac{V}{\frac{1}{v}}$ in A	6,85795,
log von $\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$ = log $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{v}}}$ in A	3,42897,

Uebertrag 3,42897

für den log von $\frac{1}{\sqrt[8]{\mathfrak{v}}}$ — 1,12010,

log der Länge des Magnetstabes in A 2,30887,

gleich 203,64 Linien,

welches die Länge in A bei doppeltem Volumen für das Gleichgewicht der Momente ist, und welche daher eben so grofs als die Länge in B bei dem halben Volumen und doppelt so grofser Schwere ist.

Bei dem doppelten Volumen und bei der Länge von 203,64 Linien ist in A die Schwingungsdauer

log von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{B}}}}$	2,28598,
log von $\sqrt[8]{l}$ von $\sqrt[8]{203,64}$ Linien	0,38481,
log von $\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{B}}}$	0,18668,
log von c_0 in Quarten	1,73675,
	4,59422,
ab log von 3600 Quarten	3,55630,
	1,03792,

gleich 10,913 Secunden.

An den beiden Orten A und B verhalten sich nun die Volumen der Magnetstäbe bei gleicher Länge umgekehrt wie die Attractionen, und die Längen für das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente sind bei beiden gleich und betragen

203,64 Linien

und man sieht, dafs sich die Attractionen umgekehrt verhalten wie die Volumen, wo bei gleicher Länge und gleichem Magnetismus die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Nun hat in B der Magnetstab bei 144 Linien Länge bei dem Volumen = log 3,19662 hinreichende Masse und seine Schwingungsdauer dabei ist

9,176 Secunden,

wovon der log ist 0,96266;

wenn er nun in B 203,64 Linien lang wird, so nimmt seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[6]{\frac{203,64}{144}}$ zu, und dieselbe beträgt nun in B

9,7215 Secunden,

wovon der log ist 0,98774;

bei dem doppelten Volumen ist aber bei derselben Länge die Schwingungsdauer des Magnetstabes in A

10,913 Secunden,

wovon der log ist 1,03791,

und es ergiebt sich daraus, dafs bei beiden Magnetstäben bei der Länge von 203,64 Linien und bei dem Volumen, wo ihre magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, sich an beiden Orten verhält

$$T : t = \sqrt[6]{g} : \sqrt[6]{G}$$
$$T^6 : t^6 = g : G;$$

nämlich bei diesen beiden Magnetstäben verhalten sich die sechsten Potenzen der Schwingungsdauer umgekehrt wie die Attractionen der Erde, oder der Schweren. Da nun dieses das Volumen und die Länge beider Magnetstäbe ist, wo sich durch Verminderung des Volumens die Schwingungsdauer des Stabes nicht ändert, so haben beide Magnetstäbe, wenn sie an beiden Orten bei gleichem Volumen zu leicht sind oder nicht hinreichende Masse haben, dieselbe Schwingungsdauer, als wenn sich ihre Volumen umgekehrt wie die Attractionen verhalten würden, und wir gelangen dadurch zu dem wichtigen Satz:

Wenn ein Magnetstab bei unveränderlichem Erdmagnetismus an den beiden Orten A und B hinreichende Masse hat, so verhalten sich die Attractionen an beiden Orten directe wie die sechsten Potenzen der Schwingungsdauer, und es verhält sich

$$t^6 : T^6 = g : G.$$

Hat aber ein Magnetstab an den beiden Orten A und B zu wenig Masse, ist er daher an beiden Orten zu leicht, so verhalten sich die Attractionen der Erde, mithin auch die Schweren, umgekehrt wie die sechsten Potenzen der Schwingungsdauer, und es verhält sich

$$T^6 : t^6 = g : G,$$

denn das Verhältnifs $t^6 : T^6$ giebt das Verhältnifs der Attractionen

1 : 2.

Das Verhältnifs

$$t : T = \sqrt[6]{g} : \sqrt[6]{G}$$
$$t^6 : T^6 = g : G$$

findet statt, wenn bei der Länge von 203,64 Linien der log des Volumens des Stabes an beiden Orten 3,49765

ist, alsdann wiegt der Magnetstab

in A 16,1264 Loth,
in B 32,2528 Loth,

und seine Schwingungsdauer ist

in A 10,913 Secunden,
in B 12,249 Secunden,

und er hat an beiden Orten hinreichende Masse.

Das Verhältnifs

$$T : t = \sqrt[6]{g} : \sqrt[6]{G}$$
$$T^6 : t^6 = g : G$$

findet statt, wenn bei derselben Länge von 203,64 Linien an beiden Orten der log des Volumens des Magnetstabes 2,89553 ist, alsdann wiegt der Magnetstab

in A 4,0316 Loth,
in B 8,0632 Loth,

seine Schwingungsdauer ist

in A 10,913 Secunden,
in B 9,721 Secunden,

und er hat an beiden Orten nicht hinreichende Masse oder er ist zu leicht.

Wir wollen nun folgende Untersuchungen anstellen. Welche Werthe erhält der Magnetstab, wenn bei der Länge von 144 Linien und bei dem log des Volumens von 3,19662 die magnetischen und die Massen-Momente in Nürnberg im Gleichgewicht sind, bei unveränderlichem Volumen, auf dem Mond und auf der Sonne. Das Verhältnifs der Attractionen sei

$$\text{auf dem Mond} = \frac{1}{5},$$
$$\text{auf der Erde} = 1,$$
$$\text{auf der Sonne} = 28,$$

nach den Proportionen

$$l : L = \sqrt{g} : \sqrt{G}$$
$$l : L = t : T$$
$$N : n = g : G$$
$$p : P = g : G,$$

wenn bei gleichem Volumen p das kleinere Gewicht oder den kleineren Druck, P das gröfsere Gewicht oder den gröfseren Druck bezeichnet, ist für das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente

auf dem Mond

die Länge 64,40 Linien,
das Gewicht oder der Druck 1,613 Loth,
das Tragverhältnifs das 76,638 fache,
die Schwingungsdauer 10,69 Secunden bei der Länge von 144 Linien.

Bei demselben Magnetstab ist bei dem Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente

in Nürnberg

die Länge	144	Linien,
das Gewicht oder der Druck	8,0632	Loth,
das Tragverhältnifs das	15,326	fache,
die Schwingungsdauer	8,175	Secunden.

Bei demselben Magnetstab ist für das Gleichgewicht der magnetischen und der Massen-Momente

auf der Sonne

die Länge	761,1	Linien oder 5,2855 Fufs,
das Gewicht oder der Druck	225,82	Loth,
das Tragverhältnifs das	0,547	fache,
die Schwingungsdauer	14,247	Secunden bei der Länge von

144 Linien.

So verschieden auch die Tragverhältnisse dieses Magnets auf den drei Himmelskörpern sind, so braucht man doch immer ein und dieselbe Gewalt, um den Anker von dem Magnet auf denselben abzureifsen und er hat überall gleiches Tragvermögen.

Wir wollen nun untersuchen, wie sich auf diesen drei Himmelskörpern bei ein und derselben Länge, nämlich bei der Länge von 144 Linien, die Volumen und die Massen, sowie die Schwingungsdauer verhalten, wenn die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Diese Aufgabe wird vermittelst der Proportionen

$$G^3 : g^3 = \frac{1}{\mathfrak{v}} : \frac{1}{\mathfrak{V}}$$

$$G : g = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$c_0 : C_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

gelöst. Es verhalten sich die Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit $= 1$ umgekehrt wie die Cubi der Attractionen und die Schwingungsdauer dieser Volumeneinheiten ist den Cubikwurzeln ihrer Volumen directe proportional. Es ist daher im Monde der Werth von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ $5^3 =$ 125 mal gröfser als auf der Erde, und auf der Sonne ist der Werth von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ $28^3 = 21952$ mal kleiner als auf der Erde,

daher ist im Mond

log von $\frac{1}{\mathfrak{v}'''}$ — 1,26339,

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}'''}}$ — 0,42113,

log von c_0''' in Quarten 2,43572,
auf der Erde ist

log von $\frac{1}{\mathfrak{v}''}$ — 3,36030,

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}''}}$ — 1,12010,

log von c_0'' in Quarten 1,73675,
auf der Sonne ist

log von $\frac{1}{\mathfrak{v}'}$ — 7,70178,

log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}'}}$ — 2,56726,

log von c_0' in Quarten 0,28959.

Es mufs nun auf allen drei Himmelskörpern bei der Länge von 144 Linien

$$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

sein.

Der log von 144 Linien ist 2,15836,

der log von $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}'''}}$ ist auf dem Monde — 0,42113,

log von $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}'''}}} = \sqrt{\frac{V'''}{\frac{1}{\mathfrak{v}'''}}}$ 2,57949,

log von $\frac{V'''}{\frac{1}{\mathfrak{v}'''}}$ 5,15898,

hievon ab log von $\frac{1}{\mathfrak{v}'''}$ 1,26339,

log von V''' im Monde 3,89559.

Dieser Stab hat im Mond folgende Schwingungsdauer:

log von $\sqrt[3]{\frac{V'''}{\frac{1}{\mathfrak{B}'''}}}$ 1,71966,

log von $\sqrt[6]{1}$ von $\sqrt[6]{144}$ Linien 0,35972,

log von $\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}'''}}$ 0,07019,

Uebertrag 2,14957,

log von C_0''' in Quarten 2,43572,

4,58529,

ab log von 3600 Quarten 3,55630,

1,02899,

gleich 10,69 Secunden im Monde;

in Nürnberg ist die Schwingungsdauer dieses Magnetstabes bei 144 Linien Länge bei dem Gleichgewicht der Momente

8,175 Secunden auf der Erde;

hievon ist der log 0,91250,

in der Sonne ist log $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}'}}$ — 2,56726,

log von 114 Linien 2,15836,

log $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}'}}} = \log \sqrt{\frac{V'}{\frac{1}{\mathfrak{v}'}}}$ 4,72562,

log von $\frac{V'}{\frac{1}{\mathfrak{v}'}}$ 9,45124,

ab log von $\frac{1}{\mathfrak{v}'}$ 7,70178,

log von V' in der Sonne 1,74946.

In der Sonne ist die Schwingungsdauer des Magnetstabes folgende:

log von $\sqrt[3]{\frac{V'}{\frac{1}{\mathfrak{v}'}}}$ 3,15041,

log von $\sqrt[6]{l}$ von $\sqrt[6]{144}$ 0,35973,

log von $\frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}'}}$ 0,42787,

log von c_0' in Quarten 0,28959,

4,22760,

ab log von 3600 Quarten 3,55630,

0,67130,

gleich 4,6913 Secunden auf der Sonne;

es verhält sich daher

$$T : t = \sqrt[6]{g} : \sqrt[6]{G}$$
$$T^6 : t^6 = g : G.$$

Im Vorhergehenden sind die Volumen bestimmt worden, wo bei der Länge von 144 Linien auf den drei Himmelskörpern die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Nun wurde auch bewiesen, dafs in jedem der drei Himmelskörper die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ das 2350 fache Tragverhältnifs hat.

Im Monde ist log von $\frac{V'''}{\frac{1}{v'''}}$ 5,15898,

der log von 2350 ist 3,37107,

hievon ab log von $\sqrt[3]{\frac{V'''}{\frac{1}{v'''}}}$ 1,71966,

log des Tragverhältnisses 1,65141,

gleich dem 44,815 fachen Tragverhältnifs auf dem Monde;

in Nürnberg ist log von $\frac{V''}{\frac{1}{v''}}$ 6,55692,

der log von 2350 ist 3,37107,

ab log von $\sqrt[3]{\frac{V''}{\frac{1}{v''}}}$ 2,18564,

log des Tragverhältnisses 1,18543,

gleich dem 15,324 fachen Tragverhältnifs auf der Erde;

auf der Sonne ist log von $\frac{V'}{\frac{1}{v'}}$ 9,45124,

der log von 2350 ist 3,37107,

ab log von $\sqrt[3]{\frac{V'}{\frac{1}{v'}}}$ 3,15041,

log des Tragverhältnisses 0,22066,

gleich dem 1,662 fachen Tragverhältnifs auf der Sonne;

auf dem Monde ist log von V''' 3,89559,

auf der Erde ist log von V'' 3,19662,

auf der Sonne ist log von V' 1,74946.

Aus diesen Untersuchungen ergiebt sich, dafs sich diese Volumen umgekehrt wie die Attractionen verhalten und dafs sich verhält

$$V : v = g : G,$$

dafs sich aber die Tragverhältnisse dieser Volumeneinheiten umgekehrt

wie die Quadrate der Cubikwurzeln der Attractionen verhalten, und dafs sich umgekehrt verhält

$$N : n = \sqrt[3]{g^2} : \sqrt[3]{G^2}$$
$$N^3 : n^3 = g^2 : G^2,$$

wobei der Grund dieser Verhältnisse schon in dem Vorhergehenden nachgewiesen worden ist.

Der Satz, dafs, wenn bei den verschiedenen Himmelskörpern bei gleicher Länge die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht bleiben sollen, sich die Volumen und daher auch die Massen umgekehrt wie die Attractionen verhalten müssen, ist so einfach klar und unumstöfslich, als irgend ein Satz in der Statik, und bedarf daher keines näheren Beweises.

Im Vorigen haben wir die Volumen angezeigt, wo bei der Länge von 144 Linien auf den drei Himmelskörpern die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, und dieses Verhältnifs der Volumen ist auch das Verhältnifs, wo bei jeder beliebigen gleichen Länge beide Momente im Gleichgewicht sind. Auf allen drei Himmelskörpern verhalten sich die Volumen wie die Massen; nun ist aber die Dichtigkeit ein und derselben Masse, und auch das spezifische Gewicht derselben, in allen drei Himmelskörpern gleich grofs. Wird daher zu jedem der drei Volumen der log der Dichte von 0,09011 addirt, so erhält man den log ihrer Masse; es ist daher der log der Masse der Magnete

im Monde	3,98570,
auf der Erde	3,28671,
auf der Sonne	1,83957,

da sich nun die Volumen wie die Attractionen, und die Volumen wie die Massen verhalten, so verhalten sich auch die Massen wie die Attractionen, und jeder Magnet hat auf seinem Himmelskörper gleiches Gewicht oder gleichen Druck, und wenn das Gewicht oder der Druck von 1 Pfd. auf der Erde als Einheit angenommen wird, so hat jeder Magnet auf seinem Himmelskörper den Druck von

8,0632 Loth.

Man sieht, dafs hier der Werth der Masse durch die Attraction bestimmt wird, und dafs für

die Attraction $= 0$

sich aus dem Gesetz des Magnetismus nichts bestimmen läfst; das heifst es läfst sich aus den Gleichungen

$$S = \sqrt[3]{V^2}$$
$$t = c \cdot \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt[6]{l}$$

nichts mehr entwickeln, was denselben Genüge thäte. Da das Volumen

der Magnete in französischen Cubiklinien ausgedrückt wurde, so drücken obige Logarithmen, die Summe der Wirkungen der verschiedenen Gravitationen in die Anzahl der Cubiklinien aus, und bestimmen daher das Gewicht oder den Druck der Masse der drei Magnete auf den drei Himmelskörpern. Bestimmen wir daher das **Tragvermögen** dieser drei Magnete auf ihren Himmelskörpern. Das Tragvermögen dieser drei Magnete wird durch das Volumen ihrer Masse und nicht durch das Gewicht auf den drei Himmelskörpern bestimmt, und ist von dem Tragverhältnifs, welches sie auf ihren verschiedenen Himmelskörpern haben, unabhängig; denn die Gewalt, welche man braucht, um den Anker von dem Magnet abzureifsen, hängt nicht von der Attraction, sondern von dem Volumen ihrer Masse ab.

Wird das Tragverhältnifs des Volumens der Masse des Magnets mit seiner Masse multiplizirt, so erhält man das Tragvermögen desselben; im Monde ist

log des Tragverhältnisses des Magnets	1,65141,
log der Masse	3,98570,
log des Tragvermögens auf dem Monde	5,63711,

auf der Erde ist

log des Tragverhältnisses des Magnets	1,18543,
log der Masse	3,28671,
log des Tragvermögens auf der Erde	4,47214,

auf der Sonne ist

log des Tragverhältnisses des Magnets	0,22066,
log der Masse	1,83957,
log des Tragvermögens auf der Sonne	2,06023.

Diese log drücken das Tragvermögen der drei Magnete auf ihren Himmelskörpern aus, wenn auf jedem Himmelskörper das Gewicht einer französischen Cubiklinie die Gewichtseinheit ist, welche Gewichte sich umgekehrt wie die Attractionen dieser Himmelskörper verhalten, und wenn wir das Tragvermögen, welches diese Magnete auf ihren Himmelskörpern haben, in diesem Sinne mit einander vergleichen, und es bezeichnet

z das kleinere, Z das gröfsere Tragvermögen,

so verhält sich, wenn **das Gewicht von einer franz. Cubiklinie auf den drei Himmelskörpern die Gewichtseinheit ist,**

$$Z : z = \sqrt[5]{g^5} : \sqrt[5]{G^5}$$

$$\sqrt[5]{V^3} : \sqrt[5]{v^3} = g : G.$$

Die Gewalt, welche man braucht, um den Anker von den Magneten auf den drei Himmelskörpern abzureifsen, wird folgendermafsen bestimmt.

In Nürnberg wiegt der Magnet

8,0632 Loth,

und sein Tragverhältnifs ist das

15,324 fache;

es ist daher sein Tragvermögen daselbst, oder die Gewalt, die man braucht, um den Anker von dem Magnet abzureifsen,

3,862 Pfd.;

auf dem Monde ist das Volumen der Masse 5 mal gröfser als in Nürnberg; man braucht daher zur Abreifsung des Ankers eine Gewalt, die $\sqrt[3]{5^2}$ gröfser ist und

11,265 Pfd.

beträgt; auf der Sonne ist das Volumen der Masse 28 mal kleiner als auf der Erde, und die nöthige Gewalt zur Abreifsung des Ankers ist $\sqrt[3]{28^2}$ geringer als in Nürnberg und beträgt

13,405 Loth.

Wenn daher bei verschiedenen Attractionen bei gleichen Längen die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sein sollen, so müssen sich die Volumen der Massen umgekehrt wie die Attractionen verhalten und daher verhalten sich die Tragvermögen dieser Volumen für gleichen Druck wie

$$Z : z = \sqrt[3]{g^2} : \sqrt[3]{G^2}\ .$$
$$Z : z = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$
$$Z^3 : z^3 = g^2 : G^2$$
$$Z^3 : z^3 = v^2 : V^2.$$

Hier ist also der Druck oder das Gewicht des Volumens auf den drei Himmelskörpern = 1.

Bei dem Tragverhältnisse der drei Magnete auf den drei Himmelskörpern ist ihr Volumen = 1, welches für den Druck oder für das Gewicht = 1 den Attractionen umgekehrt proportional ist. Es verhält sich daher ebenfalls bei diesen Magneten auf ihren Himmelskörpern

$$N : n = \sqrt[3]{g^2} : \sqrt[3]{G^2}$$
$$N : n = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$
$$N^3 : n^3 = g^2 : G^2$$
$$N^3 : n^3 = v^2 : V^2.$$

Hiebei mufs man nicht vergessen, dafs dieses die Verhältnisse sind, wo sich die Volumen oder die Massen umgekehrt wie die Attractionen verhalten, und bei gleichen Längen die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind.

Die Volumen, welche auf den drei Himmelskörpern gleiches Tragverhältnifs, oder das Tragverhältnifs = 1, oder die Geschwindigkeit = 1 haben, verhalten sich umgekehrt wie die Cubi der Schweren, und es ist bewiesen worden, dafs sich für gleiches Tragverhältnifs verhält

$$G^3 : g^3 = v : V.$$

Auf allen drei Himmelskörpern hat, wie bewiesen worden ist, die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 das 2350 fache Tragverhältnifs, wovon der log 3,37107 ist; es ist daher 2350^3 die Anzahl der Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit = 1, oder von $\frac{V}{\frac{1}{v}}$, welche das Volumen vom Tragverhältnifs = 1 enthält; es ist daher

log von 2350^3	10,11321,
ab log von $\frac{1}{v'''}$ auf dem Monde	1,26339,
log von V''' im Monde	8,84982,
für das Tragverhältnifs = 1;	
log von 2350^3	10,11321,
ab log von $\frac{1}{v''}$ auf der Erde	3,36030,
log von V'' auf der Erde	6,75291,
für das Tragverhältnifs = 1;	
log von 2350^3	10,11321,
ab log von $\frac{1}{v'}$ auf der Sonne	7,70178,
log von V' auf der Sonne	2,41143,
für das Tragverhältnifs = 1.	

Diese Volumen verhalten sich umgekehrt wie die Cubi der Attractionen, und es hat daher jedes Volumen auf seinem Himmelskörper gleichen Druck, da aber diese Volumen gleich stark magnetisch sind und sich ihre Tragvermögen directe wie $\sqrt[3]{V^2}$ verhalten, so ist das Tragvermögen des Volumens im Monde im Verhältnifs von $\sqrt[3]{(5^3)^2} = 5^2$ mal grösser als auf der Erde, und in der Sonne ist das Tragvermögen des Volumens im Verhältnifs von $\sqrt[3]{(28^3)^2} = 28^2$ mal kleiner als auf der Erde. Um auf den verschiedenen Himmelskörpern den Anker von den Magneten bei dem Tragverhältnifs = 1 abzureifsen, ist also eine Gewalt nöthig, die

auf dem Monde 22677 Pfd.,
auf der Erde 907,1 „
auf der Sonne 36,025 Loth

beträgt. Diese Magnete als Würfel dargestellt, haben ihre Seiten folgende Längen:

auf dem Monde 891,12 Linien
auf der Erde 178,22 „
auf der Sonne 6,365 „

Es wurde pag. 132 bewiesen, dafs bei unveränderlicher Attraction das Verhältnifs der Erdmagnetismen durch das directe Verhältnifs der Volumen der Magnete bestimmt wird, wo bei gleicher Länge die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Im Vorstehenden wurde bewiesen, dafs bei unveränderlichem Erdmagnetismus das Verhältnifs der Attractionen der Erde durch das umgekehrte Verhältnifs des Volumens der Magnete bestimmt wird, wo bei gleichen Längen die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Wir wollen daher beide Functionen mit einander vergleichen. Es bezeichne nun

m den kleineren, M den gröfseren Erdmagnetismus,
g die kleinere, G die gröfsere Attraction,

so erhält man folgende Verhältnisse:

Functionen der Erdmagnetismen	Functionen der Atttractionen
$T : t = \sqrt[3]{m} : \sqrt[3]{M}$	$T : t = \sqrt[6]{g} : \sqrt[6]{G}$
$T : t = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}}}$	$T : t = \frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{V}}}$
$T : t = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$	$T : t = \sqrt[6]{v} : \sqrt[6]{V}$
$T^2 : t^2 = \sqrt[3]{m^2} : \sqrt[3]{M^2}$	$T^2 : t^2 = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}}}$
$T^2 : t^2 = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}^2}}$	$T^2 : t^2 = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$
$T^2 : t^2 = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$	$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{V}}}$
$T^3 : t^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$	$T^3 : t^3 = \sqrt{v} : \sqrt{V}$
$T^3 : t^3 = v : V$	$T^6 : t^6 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$
$T^3 : t^3 = M : m$	$T^6 : t^6 = v : V$
$T^3 : t^3 = c_0^2 : C_0^2$	$T^6 : t^6 = c_0 : C_0$
	$T^6 : t^6 = g : G.$

Bei diesen Proportionen ist vorzüglich zu bemerken, dafs dieses die Functionen der Zeiten sind, wo sich bei gleichen Längen die Volumen umgekehrt wie die Attractionen verhalten und wo an den beiden Orten A und B ihre magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Dieses sind zugleich die Functionen der Zeiten für ein und denselben Magnetstab, welcher an den Orten, wo er schwingt, nicht hinreichende Masse hat, daher für die Orte, wo er schwingt, zu leicht ist. Wenn aber ein

Magnetstab an den Orten, wo die Attractionen verschieden sind, hinlängliches Volumen oder hinreichende Masse hat, so erhält man für das Verhältnifs der Attractionen die umgekehrten Verhältnisse von den oben angegebenen Functionen der Zeiten, wie hieneben in einem Beispiele bewiesen worden ist.

Es wurde ferner pag. 132 bewiesen, dafs bei unveränderlicher Attraction das Verhältnifs der Erdmagnetismen durch das umgekehrte Verhältnifs der Längen bestimmt wird, wo bei ein und derselben magnetischen Masse die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Im Vorstehenden wurde aber bewiesen, das bei unveränderlichem Erdmagnetismus das Verhältnifs der Attractionen durch das directe Verhältnifs der Quadrate der Längen der Magnetstäbe bestimmt wird, wo bei ein und derselben magnetischen Masse die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind. Wir wollen daher auch die Verhältnisse dieser beiden Functionen mit einander vergleichen:

Functionen des Erdmagnetismus

$$L : l = \sqrt{m} : \sqrt{M}$$
$$L : l = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{B}}}$$
$$L^2 : l^2 = m : M$$
$$L^2 : l^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}}$$
$$L : l = c_0 : C_0$$
$$L^2 : l^2 = c_0^2 : C_0^2$$
$$l : L = \sqrt[3]{t^2} : \sqrt[3]{T^2}$$
$$l^2 : L^2 = \sqrt[3]{t^4} : \sqrt[3]{T^4}$$
$$\sqrt{l^3} : \sqrt{L^3} = t : T$$
$$l^3 : L^3 = t^2 : T^2$$
$$\sqrt[3]{T^2} : \sqrt[3]{t^2} = c_0 : C_0$$
$$\sqrt[3]{T^4} : \sqrt[3]{t^4} = c_0^2 : C_0^2$$

Functionen der Gravitation

$$l : L = \sqrt{g} : \sqrt{G}$$
$$L : l = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{B}}}$$
$$L : l = \sqrt{c_0} : \sqrt{C_0}$$
$$l^2 : L^2 = g : G$$
$$L^2 : l^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}}$$
$$L^2 : l^2 = c_0 : C_0$$
$$t : T = \sqrt[4]{g} : \sqrt[4]{G}$$
$$T : t = \frac{1}{\sqrt[12]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[12]{\mathfrak{B}}}$$
$$t : T = \sqrt{l} : \sqrt{L}$$
$$t^2 : T^2 = l : L$$
$$t^2 : T^2 = \sqrt{g} : \sqrt{G}$$
$$T^2 : t^2 = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{B}}}$$
$$t^4 . T^4 = g : G$$
$$t^4 : T^4 = l^2 : L^2$$
$$T^4 : t^4 = c_0 : C_0$$
$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} = g : G$$
$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} = c_0 : C_0$$

beträgt. Diese Magnete als Würfe' gende Längen:

auf dem Mor
auf der Er'
auf der S

Es wurde pag. 132 bev das Verhältnifs der Erdm der Volumen der M die magnetischen und Vorstehenden wurde mus das Verhältnifs Verhältnifs des gleichen Längen gewicht sind. gleichen. Es

m

r

so erhält

Fur

en, dafs dieses die Functio- verschiedenen Attraction Attractionen verhalte Gleichgewicht s

'gendes:
ofses V
Verh

t, so m

is in den angegebenen Beispielen findet.

n Proportionen läfst sich leicht erkennen, wie ...en sind, welche aus der Aenderung des Erdmag- Aenderung der Gravitation entspringen.

r Erde ist das Verhältnifs der Länge des einfachen Secun- els unter dem Aequator und an den Polen wie

439,22 franz. Linien : 441,22 franz. Linien;

die log Differenz von diesem Verhältnifs ist 0,00198,
nun verhält sich

$$t : T = \sqrt{g} : \sqrt{G}$$

wovon die log Differenz 0,00033
ist; dieses Verhältnifs in den Attractionen ist bei kleinen Magnetstäben nicht bemerkbar, sondern würde nur auf die Schwingungsdauer sehr grofser Magnetstäbe Einflufs haben.

Zur Bestimmung der Gröfse des Magnetismus und des Drehungsmomentes eines Magnetstabes aus seiner Schwingungsdauer ist die Kenntnifs von der Gröfse der Attraction oder von der Länge des einfachen Secundenpendels, sowie des Volumens des Magnetstabes nothwendig. Das Gewicht kommt dabei gar nicht in Betrachtung und kommt nur in so fern vor, als das Volumen des Magnets aus der Dichtigkeit des Stahls, und diese aus dem spezifischen Gewicht desselben bestimmt wird, und man sieht, dafs die Functionen nur von den Wirkungen der Attraction und des Erdmagnetismus in das Volumen der Masse bestimmt werden, wobei ihr Gewicht ganz gleichgiltig ist.

Aus Obigem ergiebt sich, dafs eine Differenz von $1/2$ Linie in Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels keinen bemerkbaren

Einflufs auf die Bestimmun,
er bei unseren Versuche
t worden, und es
on $\frac{1}{v}$ auf sehr
se erreic
ezifisc
ner

gnetstäbe von 36 Linien Länge und
netisire dieselben, bestimme ihre
ben, lege sie dann auf einander,
gsdauer im Verhältnifs von $\sqrt{2}$
suche kann man sich von dem

eine sehr wichtige That-
chieden der Magnetismus
, und daher verhalten

ie, sond
ersuche angestell,
eine sehr einfache Art
gendem erhellt.

Schwingungsdauer

r als die-
Schwin-

Fortgesetzte Versuche über die Schwingungsdauer der Magnetnadeln.

Es wurden 6 stählerne Nähnadeln von dem Gewicht zwischen 8 und 9½ Gran und 30 franz. Linien Länge magnetisirt. Ihre Schwingungsdauer war folgende:

Nr.			
Nr. 1.	1,40 Secunden	8¾ Gran,
„ 2.	1,54 „	8½ „
„ 3.	1,56 „	8 „
„ 4.	1,70 „	7½ „
„ 5.	1,75 „	8½ „
„ 6.	1,78 „	8 „

da diese Magnetnadeln zu leicht sind, so ist ihr Gewicht gleichgiltig. Aufeinander gelegt hatte

Nadeln	Schwingungsdauer
Nr. 1. u. 2.	eine Schwingungsdauer von 1,60 Secunden,
„ 1. 2. 3.	„ „ „ 1,62 „
„ 1. 2. 3. 4.	„ „ „ 1,75 „
„ 1. 2. 3. 4. 5.	„ „ „ 1,75 „
„ 1. 2. 3. 4. 5. 6.	„ „ „ 1,80 „

Darauf wurden 12 kürzere stählerne Nähnadeln von einem Gewicht von 4 bis 4½ Gran und 20 franz. Linien Länge magnetisirt. Ihre Schwingungsdauer war folgende:

Bei diesen Proportionen ist zu bemerken, dafs dieses die Functionen sind, wo bei gleichem Volumen, aber verschiedenen Attractionen, sich die Quadrate der Längen directe wie die Attractionen verhalten und die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind.

Aus obigen Functionen ergiebt sich nun Folgendes:

1) Hat der Erdmagnetismus ein zweimal so grofses Volumen zu bewegen, so nimmt die Schwingungsdauer im Verhältnifs von

$$\sqrt{2}$$

zu.

2) Hat der Erdmagnetismus das einfache Volumen zu bewegen, in welches die Attraction zweimal stärker wirkt, so nimmt die Schwingungsdauer nur im Verhältnifs von

$$\sqrt[4]{2}$$

zu, wovon man den Beweis in den angegebenen Beispielen findet.

Aus den angegebenen Proportionen läfst sich leicht erkennen, wie die Functionen beschaffen sind, welche aus der Aenderung des Erdmagnetismus und der Aenderung der Gravitation entspringen.

Auf der Erde ist das Verhältnifs der Länge des einfachen Secundenpendels unter dem Aequator und an den Polen wie

439,22 franz. Linien : 441,22 franz. Linien;

die log Differenz von diesem Verhältnifs ist 0,00198,
nun verhält sich

$$t : T = \sqrt[4]{g} : \sqrt[4]{G}$$

wovon die log Differenz 0,00033
ist; dieses Verhältnifs in den Attractionen ist bei kleinen Magnetstäben nicht bemerkbar, sondern würde nur auf die Schwingungsdauer sehr grofser Magnetstäbe Einflufs haben.

Zur Bestimmung der Gröfse des Magnetismus und des Drehungsmomentes eines Magnetstabes aus seiner Schwingungsdauer ist die Kenntnifs von der Gröfse der Attraction oder von der Länge des einfachen Secundenpendels, sowie des Volumens des Magnetstabes nothwendig. Das Gewicht kommt dabei gar nicht in Betrachtung und kommt nur in so fern vor, als das Volumen des Magnets aus der Dichtigkeit des Stahls, und diese aus dem spezifischen Gewicht desselben bestimmt wird, und man sieht, dafs die Functionen nur von den Wirkungen der Attraction und des Erdmagnetismus in das Volumen der Masse bestimmt werden, wobei ihr Gewicht ganz gleichgiltig ist.

Aus Obigem ergiebt sich, dafs eine Differenz von $\frac{1}{2}$ Linie in Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels keinen bemerkbaren

Einflufs auf die Bestimmung der Gröfse des Magnetismus hat; es ist aber bei unseren Versuchen die Dichtigkeit des Stahls nicht genau bestimmt worden, und es können daher die angegebenen nummerischen Werthe von $\frac{1}{v}$ auf sehr grofse Genauigkeit keinen Anspruch machen. Hätte man diese erreichen wollen, so hätte man von einem jeden Magnetstabe sein spezifisches Gewicht bestimmen müssen.

Die angegebenen Functionen sind einfache Verhältnisse, wie sie sich aus dem Gesetz des Magnetismus ergeben, die sich nicht weiter beweisen lassen und deren Wahrheit daher aus den Versuchen erkannt werden mufs. Weil nun das Gesetz des Magnetismus nicht aus den Gründen der Geometrie, sondern aus den Versuchen bewiesen werden kann, so wurden Versuche angestellt, durch welche sich das magnetische Gesetz auf eine sehr einfache Art deutlich zu erkennen giebt, wie aus Folgendem erhellt.

Fortgesetzte Versuche über die Schwingungsdauer der Magnetnadeln.

Es wurden 6 stählerne Nähnadeln von dem Gewicht zwischen $8\frac{1}{4}$ und $9\frac{1}{2}$ Gran und 30 franz. Linien Länge magnetisirt. Ihre Schwingungsdauer war folgende:

Nr.				
Nr. 1.	1,40	Secunden	$8\frac{3}{4}$	Gran,
„ 2.	1,54	„	$8\frac{1}{2}$	„
„ 3.	1,56	„	8	„
„ 4.	1,70	„	$7\frac{1}{2}$	„
„ 5.	1,75	„	$8\frac{1}{2}$	„
„ 6.	1,78	„	8	„

da diese Magnetnadeln zu leicht sind, so ist ihr Gewicht gleichgiltig. Aufeinander gelegt hatte

Nr.					
Nr. 1. u. 2.	eine	Schwingungsdauer	von	1,60	Secunden,
„ 1. 2. 3.	„	„	„	1,62	„
„ 1. 2. 3. 4.	„	„	„	1,75	„
„ 1. 2. 3. 4. 5.	„	„	„	1,75	„
„ 1. 2. 3. 4. 5. 6.	„	„	„	1,80	„

Darauf wurden 12 kürzere stählerne Nähnadeln von einem Gewicht von 4 bis $4\frac{1}{2}$ Gran und 20 franz. Linien Länge magnetisirt. Ihre Schwingungsdauer war folgende:

Nr. 1. 1,24 Secunden,
„ 2. 1,25 „
„ 3. 1,26 „
„ 4. 1,28 „
„ 5. 1,36 „
„ 6. 1,40 „
„ 7. 1,43 „
„ 8. 1,47 „
„ 9. 1,80 „
„ 10. 1,82 „
„ 11. 1,85 „
„ 12. 1,85 „

Diese Nadeln sind ebenfalls zu leicht, und ihr Gewicht ist daher gleichgiltig.

5 Nadeln auf einander gelegt hatten eine Schwingungsdauer von

1,50 Secunden,

8 Nadeln auf einander gelegt hatten eine Schwingungsdauer von

1,56 Secunden,

die vier letzten Nadeln wurden wegen zu geringem Magnetismus nicht benutzt. Da der Magnetismus dieser Nadeln sehr ungleich ist, so nehme man ihre mittlere Schwingungsdauer, dieselbe beträgt bei den 6 ersten längeren Nadeln

1,62 Secunden,

nun multiplizire man dieselbe mit $\sqrt{6}$, so erhält man eine Schwingungsdauer von

2,943 Secunden.

Bei den 8 letzteren kürzeren Nadeln ist die mittlere Schwingungsdauer

1,34 Secunden;

wird nun diese mit $\sqrt{8}$ multtplizirt, so erhält man eine Schwingungsdauer von

2,68 Secunden.

In beiden Fällen sieht man, dafs hier t keine Function von $\sqrt{V}$ ist. Wenn nun die wirkliche Schwingungsdauer dieser Nadeln etwas gröfser ist als ihre mittlere, so wird dieses nicht auffallen, da die Nadeln durch das Aufeinanderlegen viele Zwischenräume enthielten, ihre Enden in Spitzen ausliefen und der Magnetismus daher nicht so stark wirken konnte, als wie in eine compakte Masse, ja man mufs sich eher darüber wundern, dafs unter so ungünstigen Umständen die Differenz nicht noch gröfser ist.

Die Volumen, bei welchen sich bei beiden Magnetbündeln durch Vermehrung der Masse die Schwingungsdauer hätte ändern sollen, wollen wir hier nicht aufsuchen.

Nun lasse man sich zwei Magnetstäbe von 36 Linien Länge und $1\frac{1}{2}$ Loth Gewicht verfertigen, magnetisire dieselben, bestimme ihre Schwingungsdauer, die sie einzeln haben, lege sie dann auf einander, so wird man finden, dafs ihre Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt{2}$ gröfser ist, und durch diese einfachen Versuche kann man sich von dem Gesetz des Magnetismus überzeugen.

Allein vorstehende Versuche zeigen uns eine sehr wichtige Thatsache, sie weisen nämlich nach, wie sehr verschieden der Magnetismus dieser Nadeln ist. Diese Nadeln sind zu leicht, und daher verhalten sich ihre Magnetismen umgekehrt wie

$$T^3 : t^3.$$

Bei den Nadeln von 30 Linien Länge ist die Schwingungsdauer von

Nr. 1. 1,40 Secunden,
„ 6. 1,78 „

und der Magnetismus der Nadel Nr. 1. ist 2,055 mal gröfser als diejenige von Nr. 8. Bei den Nadeln von 20 Linien Länge ist die Schwingungsdauer von

Nr. 1. 1,24 Secunden,
„ 12. 1,85 „

und der Magnetismus der Nadel Nr. 1. ist 3,321 mal gröfser als diejenige von Nr. 12. Nun sind aber alle diese Nadeln auf gleiche Weise magnetisirt worden, und der Grund ihrer verschiedenen Magnetismen liegt in ihrer verschiedenen Molecuralbeschaffenheit. Durch das Studium des Magnetismus lernen wir daher die Molecuralbeschaffenheit der Masse und die in ihrem Innern wirkenden Ursachen kennen, und da der Magnetismus mit der Wärme, der Electricität — sowohl der ruhenden, als der in Bewegung begriffenen — und mit den Bestandtheilen und den Eigenschaften der Molecülen selbst in enger Verbindung steht, so gehen von demselben, wie von einem Mittelpunkt, Strahlen aus, die alle Kräfte, welche Imponterabilien genannt werden, gleichsam zu einem Ganzen verbinden, daher auch das Studium des Magnetismus eine gründliche Kenntnifs aller physikalischen Wissenschaften nebst der Mathematik erfordert.

Wir waren 12 Jahre lang im Besitz eines Hammerwerks, auf welchem jährlich ein paar 100 Centner Stahl zu verschiedenem Gebrauche raffinirt wurden. Hiedurch erhielten wir Gelegenheit, uns mit den verschiedenen Eigenschaften des Eisens und des Stahls bekannt zu machen und dabei diejenige praktische Uebung zu erlangen, die bei der Fertigung und Härtung der Magnete erforderlich ist. Wir wurden dadurch

auch in den Stand gesetzt, die Versuche im Grofsen anzustellen, wo die Resultate bestimmter und sicherer ausfallen als bei Versuchen im Kleinen. Wir theilen daher im Folgenden die Resultate derjenigen Versuche mit, welche sich auf die Kenntnifs der nothwendigen Eigenschaften des Stahls in Hinsicht des Magnetismus beziehen.

Es ist bekannt, dafs Stahl eine Verbindung von Eisen mit $^1/_{10}$ bis 1 Procent Kohlenstoff ist, und alle Sorten Stahl sind entweder Cement, Schmelz, oder Gufsstahl. Die Güte dieser Stahlsorten hängt nun von der Reinheit des Eisens ab.

Der Cement-Stahl wird dadurch erhalten, dafs man Stangen von reinem Eisen in luftdichte, feuerfeste Thonkisten legt, in welche Kohlenpulver fest eingedrückt ist, und sie während 8 bis 10 Tagen einer sehr grofsen Hitze aussetzt. Dadurch verbindet sich das Eisen mit Kohlenstoff, es schwillt dabei gleichsam auf und erhält auf seiner Oberfläche Blasen, weswegen dieser Stahl auch Blasenstahl genannt wird. War das Eisen auf dem Bruch grau und sehnicht, so hat es nun als Stahl einen groben, glänzend crystallinisch gefügten Bruch.

Der Schmelzstahl wird unmittelbar aus den Erzen geschmolzen, die an und für sich Stahl geben, und welche aufser Kohlenstoff meistens noch Mangan enthalten.

Den Gufsstahl erhält man dadurch, dafs man verschiedene Stahlsorten mit geschickter Auswahl in einem gewissen Verhältnifs mit einander vermischt und sie in grofser Hitze zu einer Masse zusammenschmilzt, wodurch man einen Stahl erhält, der die drei Eigenschaften, Härte, Zähigkeit und Feinheit in einem hohen Grade besitzt. Die Bereitung eines vorzüglichen Gufsstahls wird aber geheim gehalten. Die beiden ersten Sorten müssen, um zu dem verschiedenen Gebrauche dienlich zu sein, noch raffinirt oder abgeschweifst werden, was bei dem Gufsstahl nicht statt findet, da viele Sorten sich nicht zusammen schweifsen lassen.

Bei dem Cementstahl ist die Verbindung des Eisens mit dem Kohlenstoff nie so innig wie bei dem Schmelz- oder Gufsstahl, denn wenn man ersteren vier bis fünf mal in dünne Stäbe ausschmiedet und sie wieder zusammenschweifst, so erhält man wieder weiches Eisen, welches bei den letzteren Sorten nicht der Fall ist. Enthalten die Erze, woraus das Eisen und der Stahl geschmolzen werden, fremdartige, erdige oder Kieselmetalle, die sich im Hochofen so innig mit dem Eisen verbinden, dafs sie sich nachher in dem Frischheerd nicht mehr von demselben abscheiden lassen, so wird dadurch der Stahl schlecht. Schon ein sehr geringer Antheil fremdartiger Materie ist im Stande, die Eigenschaften des reinen Eisens wesentlich zu verändern. Weiches, reines Schmiedeisen kann als solches nicht geschmolzen werden, wenn es nicht Koh-

lenstoff aufnehmen und dadurch wieder zu Gufseisen werden soll; dasselbe wird nur als eine teigartige Masse zu einem Klumpen zusammengeschweifst und ausgeschmiedet. Werden nun Eisenabfälle, alte Nägel, Blechabschnitte etc. in den Heerd gebracht, und es befindet sich ein gelöthetes Stückchen Eisen darunter, das nur ein Quint Kupfer enthält, so wird der ganze Deul — wie man die zusammengeschweifste Masse nennt — der ohngefähr 50 bis 75 Pfd. wiegt, rothbrüchig, d. h. solches Eisen läfst sich in der Hitze nicht schmieden, ohne Brüche zu bekommen. Dieser geringe Antheil von Kupfer in einer so grofsen Masse ist sehr schwierig durch chemische Reagenzien aufzufinden und liefert den Beweis von der veränderten Molecularbeschaffenheit des Eisens. Aus der Verbindung fremdartiger Stoffe mit dem Stahl und der Art der Verbindung des Kohlenstoffs mit dem Eisen entstehen nun die verschiedenen Stahlsorten und ihre Abstufungen, deren es in Deutschland über fünfzigerlei Arten giebt und wovon wir bei zwanzig Sorten hinsichtlich des Magnetismus Versuche angestellt haben.

Die Haupteigenschaft, wodurch sich der Stahl von dem Eisen unterscheidet, und welche ihm seinen wahren Werth giebt, besteht darin, dafs er bis zu einem gewissen Grade geglühet, durch Abkühlen in kalten, am besten in flüssigen Substanzen, daher auch in kaltem Wasser, härter wird als Eisen. Man hat gefunden, dafs der gute Stahl bei einem gewissen Grade der Härte derjenige Körper ist, welcher den stärksten Magnetismus annimmt. Durch das Härten geht aber mit den Stahlmolecülen, unter welchen wir die kleinsten Stahltheile verstehen, eine Veränderung vor. War das Korn des Stahls vor dem Härten auf dem Bruch matt und die Farbe in das Graue spielend, so ist dieselbe nach dem Härten weifslich und das Korn glänzender. — Gehen wir nun den Prozefs, der beim Härten stattfindet, mit einiger Aufmerksamkeit durch, so sehen wir, dafs die Moleculareigenschaft eines gehärteten dünnen Magnetstäbchens von derjenigen eines gehärteten dicken Magnetstabes verschieden sein müsse. Denn bei dem Härten findet eine Art Crystallisationsprozefs statt, weil die weiche Masse des Stahls plötzlich in den starren Zustand übergeht. Um nun hierüber die geeigneten Aufschlüsse zu erhalten, so wurden von steyerischem Stahl, der ganz fein raffinirt war, folgende drei Magnetstäbe von quadratischem Querschnitte verfertiget:

Länge	Gewicht	Dicke	Schwingungsdauer
40 Linien,	60 Gran,	$^1/_2$ Linie,	1,86 Secunden,
12 Zoll,	59$^1/_2$ Loth,	9 Linien,	14,36 Secunden,
24 Zoll,	53$^3/_4$ Pfd.	36 Linien.	

Bei dem Härten dieser drei Stäbe sind nun folgende Momente zu berücksichtigen. Der dünne Magnetstab ist während der Zeit, als er in das Wasser eingetaucht und herausgezogen wird, vollkommen gehärtet; der Stab von 9 Linien Dicke mufs aber 2 bis 3 Minuten, wenn er auch äufserlich abgelöscht zu sein scheint, im Wasser liegen bleiben, wenn man überzeugt sein will, dafs er vollkommen durchgehärtet ist. Der Stab von 36 Linien oder 3 Zoll Dicke kann aber in stehendem Wasser gar nicht gehärtet werden, sondern diefs mufs in einem schnellfliefsenden, klaren, kalten Wasser unter beständigem Hin- und Herbewegen geschehen, und er mufs wenigstens 8 bis 12 Minuten im Wasser liegen bleiben, wenn man überzeugt sein will, dafs er vollkommen abgekühlt und durchgehärtet ist. Ein solcher Stab kann sich im Wasser äufserlich kalt anfühlen, während er in seinem Innern noch heifs ist. Bringt man denselben nun in diesem Zustande aus demselben heraus, so erhitzt er sich wieder und erhält unter starkem Krachen Risse und Sprünge. — Hier können wir einen merkwürdigen Fall nicht unerwähnt lassen. Wir wollten nämlich zu einem bestimmten Zwecke drei verschiedene Stahlsorten zu einer Masse zusammenschweifsen lassen; dieselben wollten sich aber in der Hitze nicht gerne mit einander vereinigen lassen, und der Stahl bekam beim Härten Risse. Als nun dieser Stab vollkommen abgekühlt aus dem Wasser kam, so fing er von Neuem an, Risse zu bekommen, und diefs dauerte in langen Zwischenräumen mehrere Tage lang fort, so dafs noch nach drei Tagen ein paarmal das Krachen bei Entstehung der Risse gehört werden konnte.

Die bemerkten drei Stahlstäbe waren auf dem Bruch folgendermafsen beschaffen:

Der Magnetstab von $1/2$ Linie hatte das feinste Korn. Das Korn des Stabes von 9 Linien Dicke war etwas, doch nicht sehr auffallend gröber, die Farbe war auch nicht ganz so weifs. Bei dem 36 Linien oder 3 Zoll dicken Stabe war das Korn bis zu einer Breite von 2 Linien vom Rande ziemlich fein, von da fing aber dasselbe an bis zur Mitte immer gröber zu werden, so dafs es daselbst sehr rauh und grobkörnig war, die Farbe war daselbst auch nicht so hell und etwas dunkler als in der Nähe des Randes. Auf der Oberfläche war der Stab glashart, seine Härte nahm aber gegen die Mitte zu ab, so dafs sie sich in derselben gegen die Feile wie „blauangelaufener Stahl" verhielt. Diese Versuche zeigen, dafs die Molecularbeschaffenheit dieser drei Stäbe sehr verschieden ist. Als nun die zwei ersten Stäbe die nöthige Anlauf-Hitze erhalten hatten, so war ihre Schwingungsdauer folgende:

Das Stäbchen von 40 Linien Länge, 60 Gran Gewicht und $1/2$ Linien Dicke hatte eine Schwingungsdauer von

1,86 Secunden;

der Stab von 12 Zoll Länge, $59\frac{1}{2}$ Loth Gewicht und 9 Linien Dicke hatte eine Schwingungsdauer von

14,26 Secunden;

wird nun die Gröfse des Magnetismus beider Stäbe bestimmt, so ist

bei dem dünnen Stabe $\log \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ — 0,58191,

„ „ dicken „ $\log \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ — 1,04862,

die log Differenz hievon ist 0,46671,

der Magnetismus des dünnen Stabes ist daher

2,929 mal

gröfser als derjenige des dickeren Stabes.

Bei den Versuchen mit 6 magnetischen Nähnadeln von einer Länge von 30 Linien und $8\frac{1}{2}$ Gran Gewicht differirte die Schwingungsdauer von 1,40 Secunden bis 1,78 Secunden. Hier sind also ein paar Nadeln, die denselben Magnetismus wie obiges dünne Stäbchen hatten. Die Schwingungsdauer von 1,40 Secunden, welche eine dieser Nadeln hatte, ist der gröfste Magnetismus, der bei unseren Versuchen vorgekommen ist.

Der log von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ ist hier 0,52416,

und hieraus ergiebt sich, dafs sehr dünne Magnetnadeln einen dreimal gröfseren Magnetismus annehmen können als dicke Magnetstäbe, wovon der Grund, wie die Versuche nachweisen, in den Moleculareigenschaften des Stahls liegt.

Wir kommen jetzt zu einer andern Eigenschaft des Stahls, welche seine Dichtigkeit im Verhältnifs zum Eisen betrifft. Nach den Versuchen von Sven Rinmann und v. Réaumur war ein Stück Eisen von 5 Zoll Länge, welches in dem Stahlofen zu Stahl cementirt oder gebrannt wurde, nach der Umwandlung in Stahl und nach dem Erkalten um $1\frac{1}{4}$ Linie länger geworden, wobei seine Breite und Dicke ohne Zweifel auch in diesem Verhältnifs zugenommen hatten. Ein Stück weiches Eisen, dessen spezifisches Gewicht 7,698 betrug, wurde zu Stahl gebrannt und nahm dadurch an Volumen so zu, dafs das spezifische Gewicht 7,255 blieb, als aber dieser Stab durch Schmieden zusammengearbeitet wurde, verminderte sich das Volumen und das spezifische Gewicht vergröfserte sich bis zu 7,767 und ward also gröfser als dasjenige des Eisens. Da zu Magneten nur der raffinirte, gut durchgegerbte Stahl gebraucht werden kann, so ist hier immer von einem Stahl die

Rede, der dichter als Eisen ist. — Eine gröfsere Aufmerksamkeit verdient aber die Erfahrung, dafs der dichte und geschmiedete Stahl nach dem Glühen und schnellen Abkühlen in kaltem Wasser, oder durch das gewöhnliche Härten, seine durch die Hitze erhaltene Ausdehnung von $\frac{1}{48}$ seines anfänglichen Volumens bis zu $^2/_3$ beibehält. Diese Angaben sind aber sehr grofsen Schwankungen und Modificationen unterworfen, indem hierbei Alles von der Qualität des Stahls und dem Grad der Hitze abhängt, so dafs sich das Volumen des gehärteten Stahls zu dem ungehärteten wie 49 : 48 und 98 : 97 verhalten kann. Wie es aber auch mit diesem Verhältnifs beschaffen sein mag, so sieht man doch nach dem, was im Vorhergehenden erwähnt wurde, dafs auf das Härten des Stahls in Hinsicht des Magnetismus die Dicke des Querschnittes von dem gröfsten Einflufs ist. —

Wird ein dünnes Stahlstäbchen von $^1/_2$ Linie Dicke gehärtet, so erkalten und erstarren alle Stahltheile zu gleicher Zeit fast augenblicklich, bei einem dicken Stabe geschieht dies aber nur allmählich. Es kann daher diese Masse an allen Stellen nicht einmal vollkommen gleich dicht sein. Man hat auch gefunden, dafs in diesem Zustande der Stahl zu hart ist; er wird daher angelassen. Aus unsern Beobachtungen geht hervor, dafs durch die Hitze des Anlassens oder Anlaufens sich die Stahltheile zusammenziehen und der Magnet sein Volumen etwas vermindert, die Masse wird dadurch homogener oder gleichförmiger dicht, das Korn etwas zarter und der Stahl wird dadurch fähig, einen höheren Grad von Magnetismus anzunehmen. Aus dem, was bisher angeführt wurde, zeigt sich aber klar, dafs die Moleculareigenschaften eines gehärteten dünnen Stahlstäbchens von denen eines gehärteten dicken Stahlstabes verschieden sind, und das Gesetz des Magnetismus zeigt, welchen Einflufs dieselben auf die Wirkungen des Magnetismus haben.

Nicht alle Stahlsorten sind eines gleich grofsen Magnetismus fähig, und fast jede erfordert zum Härten einen besonderen Hitzgrad, den man erst aus Erfahrung kennen lernen mufs.

Der steyerische Stahl, den man sich überall verschaffen kann, ist eines vorzüglich starken Magnetismus fähig. Für gewöhnliche Magnete, die kein besonders grofses Tragvermögen haben sollen, kann er so, wie er in dem Handel vorkommt, gebraucht werden; um aber vorzüglich starke Magnete daraus zu verfertigen, mufs man ihn vorher raffiniren oder gerben lassen. Derselbe wird nämlich in Stücke zerschlagen, in 2 Zoll breite und $^1/_4$ Zoll dicke Schienen ausgeschmiedet, in fliefsendes Wasser geworfen und gehärtet. Diese Schienen werden in Stücke von

der Länge eines Fufses zerschlagen, je 12 oder 15 Stück zusammengelegt, in einen Bündel vereinigt und so in der Weifsglühhitze zu einem Stücke zusammengeschweifst und alsdann in Stäbe, wie man sie nöthig hat, ausgeschmiedet. Diesem Stahl giebt man bei dem Härten eine sehr hellrothe Farbe, und bei demselben findet der Votheil statt, dafs der Hitzgrad nicht den grofsen Grad von Genauigkeit, wie bei andern Stahlsorten, erfordert, sondern man hat sich nur davor zu hüten, dafs er nicht weifsglühend wird; dunkelroth darf er aber auch nicht sein, und hernach läfst man ihn blau anlaufen. Hat man eine unbekannte Stahlsorte vor sich, so mufs man sie vorher mit einem kleinen Stück untersuchen. Findet man, dafs ein 4 Loth schwerer Magnet mit leichter Mühe dahin zu bringen ist, dafs er, je nachdem man in Verfertigung von Magneten geschickt ist, 2 bis 4 Pfd. trägt, so kann man den Stahl für tauglich halten, obgleich ein vorzüglicher Magnet von 4 Loth Gewicht 6 Pfd. mit einem Ueberschufs von $^1/_2$ Pfd. trägt.

Reines Eisen ist an und für sich unfähig ein Magnet zu werden; wird es aber zu Draht gezogen, so wird es dichter, es entbindet Wärme und erlangt Federkraft; wird nun derselbe noch kalt platt gewalzt oder gehämmert, so erlangt er dadurch die Eigenschaft, ein Magnet zu werden, und man kann sogar Compafs-Nadeln aus demselben verfertigen.

Bei den Versuchen hat sich, wie früher schon erwähnt wurde, gezeigt, dafs auch ungehärteter Stahl, wenn er die nöthigen Eigenschaften besitzt und gehörig behandelt wird, einen bedeutend starken Magnetismus annimmt. Ob derselbe jedoch bleibend sei, darüber konnte nur die Zeit Aufschlufs geben. Es wurde daher ein Magnet von ungehärtetem Stahl, welcher $7^3/_4$ Loth wog, $16^2/_3$ Zoll lang und $1^1/_{10}$ Linie dick war, verfertiget. Die Schwingungsdauer desselben betrug

11,92 Secunden.

Vergleicht man nun diese Schwingungsdauer mit derjenigen, welche Stäbe bei gleicher Länge und Masse von gehärtetem Stahle besitzen, so ergiebt sich daraus eine nicht unbedeutende Gröfse des Magnetismus. Innerhalb des Zeitraumes von 13 Monaten wurde die Schwingungsdauer desselben acht mal untersucht und folgendermafsen befunden:

11,92 Sec.	11,88 Sec.	11,96 Sec.	11,90 Sec.
11,86 „	11,94 „	11,86 „	11,88 „

Hiebei wurde auf die Temperaturveränderung nicht Rücksicht genommen, die Beobachtungen zeigen aber hinlänglich, dafs der Magnetismus des Stabes unveränderlich geblieben ist. Darauf wurde der Südpol des Stabes in die Richtung nach Norden gelegt, dafs also der gleichnamige Pol der Erde und des Stabes in einer Richtung lagen. Nach Verflufs

eines Vierteljahres hatte sich jedoch die Schwingungsdauer desselben nicht verändert.

Es wird nicht ohne Interesse sein, wenn der kleinste und gröfste Magnetismus, der durch die Versuche aufgefunden wurde, mit einander verglichen wird.

Bei dem kleinsten Magnetismus ist $\log \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ — 3,13455,

„ „ gröfsten „ „ $\log \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$ — 0,52416,

nun verhalten sich die Massen vom Tragverhältnifs = 1 wie die Cubi der Volumen von gleichem Tragverhältnifs; es verhalten sich daher bei obigen Logarithmen die Massen vom Tragverhältnifs = 1 wie

6,3055 Gran : 556500 Pfd.

Reines Eisen, welches nur ein Minimum von Kohlenstoff enthält, verändert durch das Rothglühen und Ablöschen im kalten Wasser sein Volumen nicht, wird aber dadurch auch nicht härter. —. Ueberhitzt man den Stahl, so wird nach dem Abkühlen im kalten Wasser ein Theil davon so spröde, dafs man ihn mit Leichtigkeit zu pulvern im Stande ist, ein anderer Theil aber so weich, dafs er sich wie Eisen feilen läfst, und eine solche Masse nimmt auch nur wenig Magnetismus an. — Ist der Stahl ein klein wenig rothbrüchig, so ist er dadurch vorzüglich geschickt, magnetisch zu werden. Dieser Rothbruch rührt aber von schwefelhaltigen Eisenerzen her, und Schwefel-Eisen wird bekanntlich selbst zu einem Magnet. Es ist von grofser Wichtigkeit, zu wissen, dafs reines Eisen, mit einem brennbaren Körper, entweder mit Schwefel oder mit Kohlenstoff, verbunden, derjenige Körper ist, bei welchem die Wirkungen des Magnetismus am stärksten an das Tageslicht treten.

Wir haben hier nur einige Hauptpunkte oberflächlich anführen können, um dadurch nachzuweisen, dafs, und in welcher Weise ein Zusammenhang der Molecular-Beschaffenheit des Stahls mit dem Magnetismus stattfindet. Die unzähligen Veränderungen und Modificationen, welchen dieselben unterworfen sind, und die Verbindung, in welcher der Magnetismus mit der Wärme und der Electrizität steht, machen das Studium desselben zu einer sehr ausgedehnten Wissenschaft, die alle Zweige der Naturlehre umfafst und welches uns einen tiefen Blick in die geheime Werkstätte der Natur erlaubt.

Ueber das gegenseitige Verhalten der Magnete zu einander.

Die gleichnamigen Pole zweier Magnete von gleicher Form und gleicher materieller Beschaffenheit stofsen sich in der Entfernung ab. Sind ihre Tragvermögen ungleich, so stofsen sich wohl in der Entfernung die gleichnamigen Pole ab, bei gröfserer Annäherung gelangt man jedoch zu einem Abstand derselben, wo sie sich weder anziehen noch abstofsen, und bei noch gröfserer Annäherung ziehen sich dieselben fortwährend an. Trennt man beide Magnete von einander, so ist ihr Tragvermögen nicht sehr bedeutend geschwächt. Es tritt hier also nach Obigem eine Entfernung auf, wo sich die Magnete weder anziehen noch abstofsen. Aber die Lage dieser Ebene, welche wir als Indifferenzebene zwischen Anziehung und Abstofsung bezeichnen können, hängt nicht allein von dem Unterschied der Tragvermögen, sondern auch von dem Qualitäts- oder Fähigkeits-Coeffizienten der Masse der Magnete ab. Dies erhellt aus folgenden Versuchen: Es wurde ein Hufeisenmagnet von 14 Loth Gewicht aus einer sehr harten und wilden Stahlart, welche nur wenig Magnetismus annimmt, verfertiget; als derselbe vollständig magnetisirt worden war, betrug sein Tragvermögen 3½ Pfd. Dieser Magnet wurde auf einem ebenen Tisch auf hölzerne Walzen gelegt; als ihm nun ein anderer Magnet von demselben Gewicht und derselben Form von einer geschmeidigeren Stahlart, der angelassen war und ein Tragvermögen von 7½ Pfd. hatte, genähert wurde, so stiefsen sich beide Magnete in jeder Entfernung und auch bei der Berührung ab. Es konnte daher der stärkere Magnet von einer weicheren Masse in die harte Masse des schwächeren nicht einwirken und denselben anziehen. Nun wurde das Tragvermögen des Magnets von 7½ Pfd. bis auf 4 Pfd. vermindert; in diesem Zustande stiefsen sich beide Magnete in der Entfernung ab, bei gröfserer Annäherung und bei der Berührung zogen sich aber die gleichnamigen Pole fortwährend an. Hier hat also der schwächere Magnet in die Masse des etwas stärkeren und weicheren eingewirkt und denselben an sich gezogen. Diese Versuche sind von grofser Wichtigkeit und ihre Resultate müssen mit der gröfsten Aufmerksamkeit festgehalten werden. Die gegenseitige Wirkung zweier Magnete in der Entfernung auf einander hängt nur von dem Verhältnifs ihrer Magnetismen ab, in der Nähe kommen aber auch noch die Wirkungen der Magnetismen in ihre Massen, die noch dazu von ihren Qualitäts-Coeffizienten bestimmt werden, in Betrachtung, und hiefür können allgemeine Bestimmungen oder Gleichungen nicht angegeben werden.

Es wurden ferner zwei Magnete in Hufeisenform von gleichem Magnetismus und gleicher Qualität verfertiget. Sie wogen beide 33 Loth und ihre Schenkel waren 2¾ Zoll von einander entfernt, weil bei solchen Versuchen die Schenkel nicht sehr nahe bei einander sein dürfen. Der eine hatte ein Tragvermögen von 15¾ Pfd. und der andere von 15 Pfd. Als nun der eine auf hölzerne Walzen gelegt wurde, so stiefsen sich beide Magnete mit ihren gleichnamigen Polen in der Entfernung ab, in der Nähe von 2—3 Linien zogen sie sich aber an. Nun suchten wir das Tragvermögen beider Magnete gleich grofs zu machen, was nach vielen vergeblichen Versuchen, worüber ein Jahr verstrich, nicht gelingen wollte, indem immer eine kleine Anziehung zwischen beiden Magneten stattfand, so dafs wir aus Unmuth darüber die ganze Untersuchung aufgeben wollten; endlich glückte es uns doch, beide Magnete dahin zu bringen, dafs sie sich bei der Berührung indifferent gegen einander verhielten, und da zeigte es sich, dafs sich beide Magnete mit ihren gleichnamigen Polen in jeder, auch in der geringsten Entfernung abstiefsen, und die Indifferenz-Ebene in die Berührungs-Ebene der beiden Polflächen der Magnete fiel, wie es auch nicht anders sein kann.

Bei zwei kleinen Hufeisenmagneten, wo jeder 1⅛ Loth wog und 1¼ Pfd. trug, wurde der eine als Anker angelegt, und es zeigte sich, dafs beide Magnete ebenfalls nicht weniger und nicht mehr als 1¼ Pfd. trugen. Es ist daher die Summe der Wirkungen beider Magnete gleich ihrem Tragvermögen, = 1¼ Pfd., und weil jeder Magnet einzeln 1¼ Pfd. trägt, so drückt die halbe Summe seines Tragvermögens oder ⅝ Pfd. die Gröfse seines Magnetismus aus. Der Magnet theilt nämlich dem eisernen Anker eben so viel Magnetismus mit, als er selbst besitzt. Dieser Versuch ist mit grofsen Magneten gar nicht anzustellen, weil sich die beiden Magnete, wenn sie ihr vollkommenes Tragvermögen äufsern sollen, nicht mit ihren ganzen Polflächen, sondern nach dem Verhältnifs der Form ihrer Querschnitte nur mit einem Theil derselben berühren dürfen; es mufs daher der untere Magnet etwas auf die Seite gerückt werden, wodurch, weil der Schwerpunkt der Last nicht mehr durch den Mittelpunkt beider Magnete geht, der untere Magnet umschlägt. Wir führen dieses nur an, damit man durch einen mifslungenen Versuch nicht irre werde. Es wurde dieser Versuch bei der Versammlung der Naturforscher allhier von uns öffentlich vorgezeigt. Zwei Magnete von 1 Pfd. Gewicht, von denen jeder 18 Pfd. trägt, haben, wenn der eine als Anker benützt wird, ebenfalls ein Tragvermögen von 18 Pfd. Wir haben aber gefunden, dafs an einem solchen Magnet ein Anker von weichem Eisen von ⅜ Pfd. Gewicht ebenfalls 18 Pfd. trägt. Es liegt in der Natur der Sache, dafs, wenn ein Hufeisenmagnet ein Tragvermögen von

100 Pfd. besitzt, er auch einen Anker von 100 Pfd. Gewicht trägt, nur mufs derselbe von reinem weichem Eisen sein und die gehörige Form haben. Bei unseren sehr kleinen Magneten, die nur 10 oder 12 Gran wiegen und das 180fache oder 200fache Tragverhältnifs haben, repräsentirt sehr häufig der ganze Anker die Last.

Wenn man einen Eisenstab an einen der Pole eines Magnetstabes, z. B. an den Nordpol, legt, so hat beinahe die ganze Länge des Eisenstabes nordpolarischen Magnetismus und die Indifferenzlinie zwischen Nord- und Südpol liegt hier sehr nahe an dem Magnet. Bei vollkommenen Magnetstäben, und nur von solchen ist im Gegenwärtigen die Rede, liegt die Indifferenzlinie jederzeit in der Mitte. Legt man nun zwei Magnetstäbe von gleichem Magnetismus, gleicher Masse, gleicher Form und gleicher materieller Beschaffenheit mit ihren gleich- oder ungleichnamigen Polen an einander, so bleibt die Lage ihrer Indifferenzlinien unverändert, so wie aber die Gleichheit dieser Verhältnisse nicht mehr stattfindet, so ist die Lage dieser Indifferenzlinien, wenn sich die Magnetstäbe an ihren Polen berühren, so unzähligen Veränderungen unterworfen, dafs sie sich nicht alle anführen lassen, und man dieselben durch eigene Anschauung kennen lernen mufs.

Es ist öfter schwierig, bei dem Magnetismus die Erscheinungen auf ihre wahren Gründe zurückzuführen. Hält man einen Magnet über Eisenfeilspäne, so fliegen dieselben an den Kanten zuerst und am häufigsten an, und man hat daraus geschlossen, dafs der Magnetismus an der Oberfläche stärker als im Innern wirke. Nun nehme man einen Anker von dünnem Eisenblech, so wird man finden, dafs der Magnet an jeder Stelle seiner Polfläche, sowohl in der Mitte als am Rande, gleiches Tragvermögen äufsert. Wenn nun demohngeachtet sich die Eisenspäne an dem Rande zuerst ansetzen, so geschieht dieses deswegen, weil sie hier am leichtesten polarisch werden. In der Mitte der Polfläche kann ein so kleines Eisenspänchen nicht so leicht polarisch werden, und die dem Magnet abgewendete Seite kann wegen der Stärke des Magnetismus des Stabes nicht so leicht den entgegengesetzten Magnetismus desselben erhalten, sondern bleibt gerne unipolarisch und hängt sich daher auch nicht gern an den Magnet an. Steckt man aber den Magnet in die Eisenspäne hinein, so hängen sich dieselben an die ganze Polfläche an, und man zieht einen grofsen Bündel derselben heraus. Hier kann nun der Magnet Polarität äufsern und dieselbe den einzelnen Eisenspänchen mittheilen, und so geht es der Reihe nach durch, bis die Wirkung des Magnetismus erschöpft ist. Der ganze Bündel Eisenspäne läfst sich auch mit einander leicht von der Polfläche abschieben, während dieselben von den Kanten nur mit vieler Mühe wegzubringen sind.

Man wird im Anfang überrascht, wenn man eine stark magnetisirte Platte von 3 Loth Gewicht, 72 Linien Länge und 28 Linien Breite in Eisenfeilspäne legt, und man findet, daſs sich so wenige derselben an sie anhängen, während, wenn diese Platte ein Magnetstäbchen von quadratischem Querschnitte wäre, das ohngefähr 3 Linien dick und 72 Linien lang ist, es mit vielen Eisenspänen überzogen würde. Der Grund davon ist aber ganz klar. Da beide Massen gleich stark magnetisch sind, so ist die Wirksamkeit des Magnetismus bei der Platte über einen neunmal gröſseren Raum verbreitet als bei dem Stabe, und jeder Punkt des letztern wirkt daher auch mit einer neunmal gröſseren Stärke. So verwickelt auch die Erscheinungen bei dem Magnetismus scheinen mögen, so lassen sich dieselben doch immer auf sehr einfache Gründe zurückführen; es ist aber öfter eine besondere Aufmerksamkeit nothwendig, weil sich manchmal die polarischen Wirkungen aufheben und sich dadurch keine Erscheinungen offenbaren. Die Kenntniſs von dem Gleichgewicht der polarischen Kräfte und der Aenderung derselben ist daher für die Wissenschaft von der gröſsten Wichtigkeit.

Man hat bisher allgemein angenommen, daſs ein Magnet in Hufeisenform an seinem Tragvermögen abnimmt, wenn an demselben kein Anker anliegt. Man ging hierbei — verleitet durch die Erscheinungen, welche sich bei Bildung der magnetischen Figuren darbieten — von der Ansicht aus, daſs, wenn der Magnet nicht durch einen Anker geschlossen ist, die in beiden Schenkeln getrennten magnetischen Fluida sich mit einander zu verbinden streben und sich wieder in den neutralen Zustand zu versetzen suchen. Es wurde daher ein Hufeisenmagnet von 21 Loth Gewicht und einem Tragvermögen von 12½ Pfd., ohne daſs er mit einem Anker versehen war, 4½ Jahre lang aufbewahrt. Nach Verlauf dieser Zeit hatte er noch ebendasselbe Tragvermögen. Bei der Versammlung der Naturforscher zeigten wir das unveränderte Tragvermögen desselben, als er erst 1½ Jahr auf dem Lager war. Ob es nun gleich nicht nothwendig ist, an den Magnet einen Anker anzulegen, so ist es doch, vorzüglich wenn man mehrere Magnete hat, rathsam dies zu thun.

Um zu erfahren, ob der Magnet durch Rost an seiner Wirksamkeit verliert, so wurde ein Magnetstäbchen von 37 Linien Länge und 256 Gran Gewicht, welches eine Schwingungsdauer von 3,32 Secunden hatte, in verdünnte Schwefelsäure gelegt. Nach 6 Monaten, als die Flüssigkeit verdunstet war, wurde die Schwingungsdauer desselben wieder untersucht und unverändert befunden. Das Stäbchen war mit einer dicken Oxydrinde überzogen und hatte 15 Gran an Gewicht verloren. Dieser Gewichtsverlust giebt in der Schwingungsdauer eine Differenz von 0,03

Secunden, welche jedoch zu klein war, als dafs sie mit Zuverlässigkeit hätte nachgewiesen werden können.

Damit ermittelt werden konnte, wie weit sich unter bestimmten Verhältnissen die Wirkungen des Magnetismus erstrecken, um noch gemessen werden zu können, so wurden in der hiesigen Katharinenkirche, welche uns der Magistrat Nürnbergs zur Verfügung stellte, folgende Versuche angestellt: Es wurde der Magnetstab Nr. 2. von 12 Zoll Länge und 8,32 Secunden Schwingungsdauer mit einem Spiegelhalter versehen und in einem bedeckten Kasten, der mit einem Glasfenster versehen war, aufgehängt. In einer Entfernung von 45 Fufs vom Mittelpunkte des aufgehängten Magnets wurde ein Fraunhofer'scher Theodolith mit 60maliger Vergröfserung nebst der Scala, welche in Pariser Viertelzoll getheilt war, aufgestellt. Nun wurde der Magnetstab Nr. 8. von 49½ Zoll Länge und 28,10 Secunden Schwingungsdauer, weil es das Lokal nicht anders erlaubte, gegen Osten in gerader Richtung so gelegt, dafs der Nordpol des Stabes im Kasten auf seine Mitte gerichtet war. Nachdem die Pole des Ablenkungsstabes mehrere Male gewechselt, die Ablenkungen rechts und links vom Nullpunkte der Scala abgelesen, ihr Werth halbirt und immer aus vier Versuchen das Mittel genommen worden war, ergaben sich folgende Ablenkungen: bei

30 Fufs Entfernung 171 Secunden,
40 „ „ 72 „
60 „ „ 16 „

Nach diesem begaben wir uns aufserhalb der Kirche, legten aber den Ablenkungsstab nun so, dafs sein Pol auf das Centrum des Stabes im Kasten gerichtet war, wodurch eine doppelt so starke Ablenkung als in der früheren Richtung erhalten wurde; das Mittel aus vier Versuchen ergab eine Ablenkung bei

100 Fufs Entfernung von 10 Secunden.

Es ergiebt sich daraus, dafs die Tangenten dieser Ablenkungen den Cuben der Entfernungen umgekehrt proportional sind, was mit den Versuchen, welche von andern Physikern früher schon darüber gemacht wurden, übereinstimmt. Weil dieses Lokal bald geräumt werden mufste, so konnten die Versuche nicht weiter fortgesetzt werden.

Ueber die Vertheilung des Magnetismus im Innern magnetischer Stahlstäbe.

Die Vertheilung des Magnetismus im Innern der Magnetstäbe bildet bisher einen sehr weitläufigen Artikel in den Lehrbüchern der Physik.

Es ist aber dadurch die Lehre des Magnetismus nicht wenig verwirrt und unklar gemacht worden, weil ganz unrichtige Begriffe und falsche Vorstellungen über das Wesen und die Natur des Magnetismus erzeugt wurden. Aus den von uns angegebenen Gleichungen ergiebt sich, dafs jeder einzelne Massentheil gleich stark magnetisch ist und dafs von einer besondern Vertheilung des Magnetismus im Innern der Magnetstäbe keine Rede sein kann. Da jedoch darüber sehr viel geschrieben wurde, und man ungeachtet der vielen Versuche und Anstrengungen, die man machte, in dieser Sache, wie es auch ganz natürlich ist, nie recht ins Klare kommen konnte, so werden wir die Ursachen anführen, welche zu der falschen Annahme Veranlassung gaben, dafs der Magnetismus im Innern der Magnetstäbe eine ungleiche Vertheilung habe.

Da man nach den bekannten Gesetzen der Mechanik aus der Schwingungsdauer der Magnetstäbe von verschiedener Masse, Form und Länge das Verhältnifs ihrer Magnetismen nicht bestimmen konnte, so kam man auf die Vermuthung, dafs die Vertheilung des Magnetismus im Innern der Magnetstäbe die Ursache davon sein möge, und glaubte die Bestätigung davon in folgenden Erscheinungen zu finden.

Man bediene sich einer kleinen magnetischen Untersuchungsnadel, die $2^1/_2$ bis 3 Linien lang und 2 bis 3 Gran schwer ist, und eines grofsen Magnetstabes von 2 Fufs Länge und ohngefähr 2 Pfd. Gewicht. Wird die kleine Nadel mit ihren ungleichnamigen Polen so gehalten, dafs ihre Indifferenzlinie derjenigen des grofsen Stabes gerade gegenüber liegt, so wird sie in der Entfernung von demselben in paralleler Richtung angezogeu, und bei Berührung mit dem Magnet bleibt sie in dieser Richtung an demselben haften. Rückt man nun in der Entfernung mit der Untersuchungsnadel über die Indifferenzlinie des Stabes nur ein wenig hinaus, so nimmt der eine Pol eine kleine Neigung gegen den Stab an, die immer gröfser wird, je weiter man sie von der Indifferenzlinie entfernt, und die, ehe man noch das Ende des Stabes erreicht, wo die Wirkung desselben am gröfsten ist, in eine senkrechte Stellung übergeht. Daraus hat man geschlossen, dafs der Magnetismus des Stabes gegen die Enden hin besonders stark concentrirt wäre und hat diese Stellen die innern magnetischen Pole des Stabes genannt, und angenommen, dafs durch die Lage derselben das magnetische Drehungsmoment des Stabes bestimmt wird. Allein die Stellen der senkrechten Richtung der Nadel liegen nach Verhältnifs der Masse und des Verhältnisses des Querschnittes zur Länge in verschiedenen Entfernungen vom Ende des Stabes.

Es wurde in dem Vorigen durch die Versuche nachgewiesen, dafs in einer gewissen Entfernung ein grofser Magnet in die Masse eines kleineren Magnets einwirkt. Bringt man einen kleineren Magnetstab mit

seinem ungleichnamigen Pol in die Nähe eines gröfseren, so verrückt sich bei dem ersteren die Lage der Indifferenzlinie, und nach Verhältnifs der Entfernung oder Stärke des Magnetismus des grofsen Stabes nähert sich die Indifferenzlinie dem stärkeren Magnetstabe. Entfernt man sich nun mit der Untersuchungsnadel von der Indifferenzlinie und nähert man sich mit derselben den Enden des Stabes, so nimmt die Einwirkung von dem Querschnitt auf die Nadel immer mehr zu, das Gleichgewicht ihrer beiden Polaritäten wird dadurch anders vertheilt, sie wird daher auch von dem Stabe selbst in einem stärkeren Verhältnifs angezogen, als es das Verhältnifs der Zunahme des Magnetismus von der Indifferenzlinie erfordert, und die Nadel nimmt schon eine senkrechte Richtung an, ehe sie noch das Ende des Stabes erreicht. Die Neigungs-Curve der Untersuchungsnadel entspricht daher nicht derjenigen Curve, welche das Wachsthum des Magnetismus von der Indifferenzlinie ausdrückt Da der Magnetismus ein und derselbe bleibt, der Stab mag kurz oder lang sein, so entspricht die Neigungs-Curve der Nadel bei einem langen und dünnen Stabe nicht derjenigen bei einem kurzen und dicken Stabe, nämlich die Neigungs-Curven stehen nicht im Verhältnifs zu den Längen beider Magnetstäbe, weil bei einem kurzen und dicken Stabe die Einwirkung von dem Querschnitte auf die Nadel weit stärker ist als bei einem dünnen. Sind die Querschnitte der Stäbe im Verhältnifs zu ihren Längen nicht grofs, so verhalten sich bei gleichen Längen aber verschiedenen Querschnitten die Einwirkungen derselben auf die Untersuchungsnadel so ziemlich wie die Quadratwurzeln aus den Querschnitten, und daher fand Coulomb, dafs eine Magnetnadel von 12 Zoll Länge und 2 Linien Dicke, deren Gewicht 856 Gran betrug, ihren magnetischen Schwerpunkt, wie er es nannte, und daher auch Drehungspunkt in einer Entfernung von 1,5 Zoll vom Ende hatte, während derselbe bei einer andern Nadel von derselben Länge und 38 Gran Gewicht nur 0,36 Zoll vom Ende entfernt war; es verhält sich daher so ziemlich

$$\sqrt{865} : \sqrt{38} = 1{,}51 : 0{,}36$$
$$\sqrt{W} : \sqrt{w} = 1{,}51 : 0{,}36.$$

Coulomb wurde durch seine Versuche mit der Drehwaage über die dirigirende Kraft der Magnete zu dem falschen Schlufs verleitet, dafs bei Magnetstäben, deren Länge mehr als 50 Durchmesser enthält, und bei einer Dicke von 2 Linien die freie magnetische Kraft nur auf 3 bis 4 Zoll vom Ende zusammengedrängt sei, dafs die dirigirende Kraft derselben, oder ihr Vermögen, zum Meridian zurückzukehren, ihr magnetisches Moment im einfachen Verhältnifs zur Länge des Hebelarmes (von der Mitte der Nadel bis zum Schwerpunkt der magnetischen Kraft gerechnet) stehe, und der magnetische Schwerpunkt solcher Nadeln etwa

um das neunfache ihres Durchmessers vom Ende entfernt liege. Bei kürzeren Nadeln, deren Länge weniger als 50 Durchmesser enthält, verhielt sich die dirigirende Kraft wie die Quadrate der Länge.

Diese Angaben sind aus Gehler's phisikalischem Wörterbuche entnommen, hiebei ist noch Folgendes hinzugefügt: Ueber den Einfluſs, welchen die Durchmesser der Magnetstäbe auf die Vertheilung des Magnetismus im Innern derselben habe, lieſse sich aus den Versuchen Coulomb's nichts Sicheres schlieſsen. Auf jeden Fall wird man annehmen können, daſs, was auch längst durch Barlow's Versuche bestätigt ist, das magnetische Fluidum als ein repulsives Wesen nach der Oberfläche getrieben werde und dort je nach dem Grade seiner Intensität eine Schicht von einer gewissen Dicke bilde. Diese Angaben zeigen, welchen Täuschungen man unterworfen bleibt, wenn die wahre Ursache oder das Gesetz, nach welchem die Erscheinungen erfolgen, unbekannt ist.

Wir haben auch untersucht, inwiefern andere Versuche Coulomb's auf der Drehwaage ein dem Gesetz des Magnetismus entsprechendes Resultat gaben.

Coulomb hatte nämlich aus einer groſsen Stahlplatte Stäbe von 6 Zoll Länge und 9,5 Linien Breite geschnitten, die 382 Gran wogen. Sie wurden, um eine gleichförmige Härte zu erhalten, alle ganz angelassen, dann bis zur Sättigung magnetisirt und glatt auf einander liegend in Bündel von 4, 8 und 16 Stückchen zusammengebunden. Den Erfolg zeigt folgende Tafel:

Zahl der zusammengebundenen Lamen	Beobachtete Drehungen	Verminderung der Intensität.
1	82°	0,000
2	125	0,240
4	150	0,540
6	172	0,650
8	182	0,720
12	205	0,790
16	229	0,820

Aus unseren Versuchen hat sich ergeben, daſs so dünne Stäbe, wie die angegebenen, die aus ein und demselben Materiale bestehen, sich ziemlich gleichförmig magnetisiren lassen. Da nun die Grade der Drehungen die Gröſse der Wirkung des Magnetismus der Masse bestimmen, so hätten die beobachteteten Grade der Drehungen dem Quadrat der Cubikwurzeln der Anzahl Lamen proportional sein sollen, und das, was Coulomb Verminderung der Intensität nennt, hätte in dem umgekehrten Verhältniſs zur Cubikwurzel aus der Anzahl der Lamen stehen sollen. Das Resultat sollte daher folgendes sein:

Zahl der zusammengebundenen Lamen	Drehungen	Verminderung der Intensität.
1	82°	0,000
2	130	0,207
4	207	0,396
6	266	0,460
8	328	0,500
12	432	0,561
16	520	0,604

ist nämlich die Intensität von 1 Lame $= 1{,}000$,

so ist die Intensität von 2 Lamen $= \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}793$,

und die Verminderung der Intensität ist $= 0{,}207$,

und so weiter.

Diese Versuche mit der Drehwaage gaben also nicht einmal ein annäherndes Resultat an die Wahrheit, und es läfst sich aus denselben das Gesetz des Magnetismus nicht erkennen. Nun ist dieses der einfachste Versuch, der angestellt werden kann, weil sich nur die Masse, aber nicht die Länge ändert, und es scheint, dafs die Drehwaage nicht das empfindliche und sichere Instrument ist, wie man bisher angenommen hat. Es ist zu bedauern, dafs Coulomb nicht auch die Schwingungsdauer der zusammengebundenen Lamen angeführt hat, weil sich alsdann etwas Bestimmtes daraus schliefsen liefse. Ob sich gleich aus den von uns angegebenen Gleichungen ergiebt, dafs bei einem Magnet jeder einzelne Massentheil gleich stark magnetisch ist, und daher in der Lehre des Magnetismus das Kapitel über die Vertheilung des Magnetismus im Innern der Magnetstäbe ganz wegfällt, so haben wir doch geglaubt, die Versuche Coulomb's anführen zu müssen, weil dieselben bisher eine gewisse Autorität erlangt hatten, und vorzüglich durch dieselben die Lehre von der Vertheilung des Magnetismus in die Wissenschaft eingeführt und dieselbe dadurch sehr verwickelt und unklar wurde; sie hat auch von manchen Untersuchungen, wie wir aus Erfahrung wissen, abgeschreckt, weil man die Kenntnifs von der Vertheilung des Magnetismus voraussetzte.

Nach dem, was bisher über die Einwirkung der Magnete auf einander in der Nähe angeführt worden ist, müssen die Erscheinungen, wenn eine kleine Nadel der Länge nach an einem grofsen Magnetstabe vorbeigeführt wird, sehr verschieden ausfallen, je nach dem die Masse, die Länge und der Querschnitt des Stabes verschieden sind; und wiederum werden sich die Erscheinungen ändern, wenn sich die Masse und die Form der Untersuchungsnadel ändert. Von gebundenem und freiem

Magnetismus haben wir nirgends eine Spur auffinden können. In dem Indifferenzpunkte ist die Wirkung des Magnetismus $= 0$. Bezeichnen nun λ', λ'', λ''' die Entfernungen von dem Indifferenzpunkt, so wächst mit der Länge die Wirkung des Magnetismus im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\lambda'^2} \cdot \sqrt[3]{w^2}$, $\sqrt[3]{\lambda''^2} \cdot \sqrt[3]{w^2}$, $\sqrt[3]{\lambda'''^2} \cdot \sqrt[3]{w^2}$, welches keines Beweises bedarf. In Gehler's Wörterbuche finden wir angemerkt, dafs die Untersuchungsnadel Coulomb's 6 Linien lang und 3 Linien dick war, das Gewicht dieser Nadel ist 45 Gran. Eine solche Form ist aber für die Versuche sehr unzweckmäfsig, und sie nimmt in dieser Gestalt auch nicht den gehörigen Grad von Magnetismus an, wie eine leichte Nadel, ihr magnetisches Moment ist auch viel geringer als bei einer Nadel, die eben so lang, aber viel leichter ist. Wird nun diese Nadel nicht sehr nahe an dem Magnetstabe, was aber wegen der Gröfse der Masse nicht thunlich ist, sondern etwas entfernter von einem Magnetstabe von 27 Zoll Länge und von 2 Linien oder von einer noch geringeren Dicke vorübergeführt, so ist die Wirkung von dem Querschnitt des Stabes auf die Untersuchungsnadel in der Nähe der Indifferenzlinie nicht bemerkbar, sondern giebt sich erst deutlich zu erkennen, wenn man sich den Enden des Stabes nähert. Bedient man sich aber einer Untersuchungsnadel, die 6 Linien lang und nur 3 bis 4 Gran schwer ist, so erhält man andere Resultate und findet, dafs bei Ueberschreitung der Indifferenzlinie die Nadel sogleich eine kleine Neigung gegen den Stab annimmt. Da bei dem Magnetismus

$$S = \sqrt[3]{V^2} \text{ oder } S = \sqrt[3]{l^2} \cdot \sqrt[3]{w^2}$$

ist, so sieht man, dafs bei Magnetstäben von verschiedenen Massen und Formen der Einflufs der Functionen von $\sqrt[3]{l^2} \cdot \sqrt[3]{w^2}$ auf die Curve der Neigung der Untersuchungsnadel sehr mannigfaltig ist, für die es eine Gleichung geben würde, wenn hiebei nicht eine Einwirkung des Stabes auf die Nadel stattfände.

Eine Untersuchungsnadel von 2½ bis 3 Linien Länge und 2 bis 2½ Gran Gewicht ist bei dem Studium des Magnetismus unentbehrlich, weil es nothwendig ist, dafs man bei jedem Magnetstabe untersucht, ob seine Indifferenzlinie genau in der Mitte liegt und die Neigungs-Curve der Untersuchungsnadel auf beiden Seiten vollkommen gleichförmig ist. Bei dicken Stäben ist dieses leicht zu bewerkstelligen, wenn aber dieselben lang und dünn sind, so hat es mehr Schwierigkeit. Bei einem vollkommenen Magnetstabe soll der Schwerpunkt seiner Masse mit seiner Indifferenzlinie in der Mitte zusammenfallen. Ist ein solcher Stab ungleich gehärtet oder ungleich angelassen, so ist der Gang der Untersuchungsnadel unregelmäfsig und sie macht Schwankungen. Es ist aber immer schwierig, alle diese Bedingungen bei einem langen und dünnen

Stabe möglichst genau zu erfüllen. Jeder Magnetstab mufs mit zwei gleich starken Magnetstäben, die man in der Mitte aufsetzt, magnetisirt werden. Mit einer so kleinen Untersuchungsnadel, wie die oben angegebenen, wird man finden, dafs fast jeder Körper von Eisen oder Stahl schwache Aeufserungen von Magnetismus zu erkennen giebt, sie ist auch das Mittel, um in einem andern Körper ein Minimum von Eisen aufzufinden. Der Umstand, dafs dadurch ermittelt werden kann, bei welchen Legirungen oder chemischen Verbindungen sich die Erscheinungen der magnetischen Polarität nicht zu erkennen geben, ist ebenfalls von grofser Wichtigkeit, gehört aber nicht hicher, da dieses einen ganz abgesonderten Theil in der Lehre des Magnetismus bildet, der zu sehr ausgedehnten Untersuchungen Veranlassung giebt.

Es ist aber auch nothwendig, dafs man die Verhältnisse kennt, unter welchen die Wirkungen des Magnetismus am stärksten hervortreten. Ein Cubus läfst sich nur sehr schwach magnetisiren, wenn er nicht aus Platten zusammengesetzt ist; wiederum wird ein kurzer und dicker Stab nicht so stark magnetisch als ein längerer und dünnerer, und wenn endlich der Querschnitt im Verhältnifs zur Länge zu klein wird, so läfst er sich gar nicht mehr vollkommen magnetisiren; ein solcher Stab erhält nämlich anstatt zwei Pole mehrere Pole.

Wenn Magnete von gleicher Masse und gleichem Magnetismus verschiedene Form haben, so haben sie nur innerhalb gewisser Grenzen gleiches Tragvermögen. Ein Cubus hat ein geringeres Tragvermögen, als ein gewöhnlicher Stab, und bei einem sehr langen und dünnen Stabe oder bei einer Platte ist dasselbe ebenfalls geringer; und eine transversal magnetisirte Platte hat wieder ein kleineres Tragvermögen, als eine auf gewöhnliche Art magnetisirte. So verschieden aber auch die Aeusserungen magnetischer Körper bei ihrem Tragvermögen sein mögen, so lassen sich doch vermittelst der angegebenen Gleichungen die Gröfsen ihrer Magnetismen aus ihrer Schwingungsdauer bestimmen. Man kann sich daher leicht vorstellen, mit welchen Schwierigkeiten wir zu kämpfen hatten, um aus so verwickelten Verhältnissen das Gesetz des Magnetismus aufzufinden.

Um durch einen einfachen Versuch nachzuweisen, dafs der Magnetismus im Innern eines Stabes gleichförmig vertheilt und jeder einzelne Massentheil gleich stark magnetisch ist, wurde folgender Versuch angestellt: Es würden zwei Magnetstäbe von quadratischem Querschnitte von 45 Linien Länge und $4\frac{1}{2}$ Linien Breite verfertiget, jeder wog $4\frac{1}{2}$ Loth, die Schwingungsdauer des einen betrug 5,52, diejenige des andern 5,48 Secunden, sie waren daher beide von gleicher Form, gleicher materieller Beschaffenheit und gleichem Magnetismus. Nun wurde der

eine auf einen Tisch gelegt, der andere an einem Coconseidenfädchen aufgehängt und die Stellung, die er gegen den ersten annahm, beobachtet. Es zeigte sich, dafs er genau an dem Ende des Stabes die Richtung unter einem rechten Winkel annahm, so dafs beide Stäbe an ihren äufsersten Enden einen rechten Winkel bildeten. Hier war nicht die geringste Spur aufzufinden, welche angezeigt hätte, dafs der Magnetismus entfernt vom Ende besonders stark concentrirt wäre. Diese beiden Stäbe hatten noch folgende Eigenschaften: Ihre Flächen waren vollkommen geebnet und sie zogen sich ihrer ganzen Länge nach sehr stark an, so dafs sie nun einen einzigen Stab bildeten. Hierauf wurde der eine davon quer über die Mitte des andern gelegt, dafs ihre Indifferenzlinien sich unter einem rechten Winkel durchschnitten und beide Stäbe ein Kreuz bildeten; sie zogen sich hier noch mit einer Stärke an, dafs sie sich nicht nur allein selbst trugen, sondern dafs noch eine Gewalt von ohngefähr 2 Loth nöthig war, um sie zu trennen. Die Fläche, auf welcher der Magnetismus beider Stäbe in Form des Kreuzes wirkte, betrug 20¼ Quadratlinien. Macht man nun bei unveränderter Masse und unverändertem Magnetismus die Breite dieser Stäbe zweimal gröfser, so wird in der Form des Kreuzes die Anziehung derselben nur eine sehr geringe sein, da bei einer halb so grofsen Dicke die Fläche, worauf der Magnetismus wirkt, viermal gröfser ist und 81 Quadratlinien beträgt. Werden dieselben mit ihren dünnen Seiten quer übereinander gelegt, so ist die Fläche, worauf der Magnetismus wirkt, viermal kleiner und beträgt nur 5,04 Quadratlinien; in beiden Fällen kann die Wirkung der Anziehung von beiden Stäben nicht so grofs sein, als wenn der Querschnitt quadratisch ist, welches wir zwar nicht an diesen Stäben, sondern an andern durch Versuche gefunden haben und wovon der Grund leicht einzusehen ist. Man sieht daraus, wie verschieden die Wirkungen des Magnetismus bei gleicher Masse und gleichem Magnetismus, aber veränderter Form sind.

Aus diesen Versuchen ergiebt sich, dafs der Magnetismus eines Magnetstabes von dem Indifferenz- oder Nullpunkt auf beiden Seiten mit den Längen im Verhältnifs von $\sqrt[3]{l^2} : \sqrt[3]{w^2}$ wächst, und daher von beiden Enden des Stabes gegen den Nullpunkt mit der Länge in ebendemselben Verhältnifs abnimmt; man kann aber auch annehmen, dafs aller Magnetismus des Stabes in dem Indifferenzpunkt vereinigt ist, welche Annahme für die analytische Entwickelung bei Bestimmung vieler magnetischen Erscheinungen von grofsem Vortheil ist. Dafs unsere Gleichungen sich nur auf vollkommene Magnete, die ihre Indifferenzlinie in der Mitte haben, beziehen, und sich nicht auf solche erstrecken können, deren Indifferenzlinie aufserhalb ihrer Mitte liegt, oder welche gar mehrere Pole besitzen, wird keiner Erwähnung bedürfen.

In dem Vorhergehenden wurde durch die Versuche nachgewiesen, dafs bei einer gewissen Entfernung zwei Magnete gegenseitig in ihre Massen einwirken. Um nun diese Wirkungen genauer kennen zu lernen, wurde folgender Versuch angestellt: Eine Stahlplatte von $3^{13}/_{16}$ Loth Gewicht, die gelb angelassen war, welche eine Länge von 70 Linien, eine Breite von 24 Linien und eine Dicke von ohngefähr einer halben Linie hatte, wurde über die Pole zweier Hufeisenmagnete von 75 Pfd. Tragvermögen in einer Entfernung von 9 Zoll gelegt. Nach Verlauf einer Viertelstunde wurde dieselbe untersucht, aber ohne Magnetismus befunden. Auf diese Art wurde mit der Annäherung derselben an die Magnete fortgefahren, bei 6 Zoll Entfernung waren an ein paar einzelnen Stellen schwache Andeutungen von Magnetismus bemerkbar, ohne dafs jedoch Polarität vorhanden gewesen wäre; bei 5 Zoll Entfernung hatte jedoch die Platte Polarität erhalten, und die Indifferenzlinie lag in der Mitte. Auf der flachen Seite hatte dieselbe eine Schwingungsdauer von

86,64 Secunden,

auf der dünnen Seite war dieselbe

81,88 Secunden;

es verhält sich daher die erstere Schwingungsdauer zu der letzteren wie

$$1 . \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}} \text{ zu } 1.$$

Dieses zeigt, dafs die Einwirkung des Magnetismus der beiden Magnete in die Masse der Platte in der Entfernung von 5 Zoll ziemlich beträchtlich war. Nun haben aber die Versuche gezeigt, dafs die Ablenkungen einer Magnetnadel durch einen Magnet in bestimmten Entfernungen in dem umgekehrten Verhältnifs zum Cubus derselben stehen, dafs aber, wenn man sich dem Magnet immer mehr nähert, dieses Verhältnifs nicht mehr stattfindet, und dafs für alle Entfernungen die Ablenkungen nicht durch ein und dieselbe Gleichung bestimmt werden können, wovon man den Grund leicht einsieht, weil durch die Annäherung der Nadel an den gröfsern Magnet ihr Magnetismus verstärkt, sie daher mit einer gröfsern Stärke von demselben angezogen wird, als es das Verhältnifs der Zunahme der Wirkung mit der Annäherung an den Magnet erfordert. Nun hängt aber diese Einwirkung des Magnetismus in die Masse von der Gröfse der Masse, ihrer Form und ihrer qualitativen Beschaffenheit ab, und da diese Einwirkung nicht plötzlich, sondern nach und nach ab- oder zunimmt, so läfst sich die Entfernung, wo dieselbe aufhört, nicht einmal bestimmt angeben, und man sieht den Grund leicht ein, warum nur in

sehr grofsen Entfernungen die Ablenkungen genau in dem umgekehrten Verhältnifs zum Cubus der Entfernungen stehen. Das Gesetz, wonach der Magnetismus in die Entfernung hinsichtlich der Anziehung wirkt, bleibt immer dasselbe, der Gegenstand mag nahe oder entfernt sein, und der Grund, warum für die Ablenkungen in der Nähe keine allgemeine Gleichung stattfinden kann, geht aus den Versuchen deutlich hervor.

Aus der Gleichung

$$S = \sqrt[3]{V^2}$$

folgt, dafs die Ablenkungen einer Magnetnadel bei unveränderter Entfernung durch Vergröfserung der magnetischen Masse nach diesem Gesetz erfolgen müssen. Hat man Magnetstäbe von gleichem Gewicht, gleicher Länge und gleichem Magnetismus, so stehen bei unveränderter gehöriger Entfernung die Tangenten der Ablenkungswinkel einer Magnetnadel im Verhältnifs von $\sqrt[3]{m^2}$, wie folgende Versuche nachweisen:

Drei Magnetstäbe von 8 Zoll Länge,
von dem Gewicht von $8^1/_8$, $8^1/_4$, $8^1/_2$ Loth,
von der Schwingungsdauer von 8,18, 8,15, 8,12 Secunden
gaben bei einer Magnetnadel von 6 Zoll Länge in einer Entfernung von 5 Fufs folgende Ablenkungen:

der erste Magnetstab	$^3/_4$ Grad,
der zweite daraufgelegt	$1^1/_4$ „
der dritte daraufgelegt	$1^3/_5$ „

Zwei Magnetstäbe von 6 Zoll Länge
von dem Gewicht von $8^1/_2$, $8^3/_4$ Loth,
von der Schwingungsdauer von 7,92, 8,06 Secunden
gaben bei einer Magnetnadel von 11 Zoll Länge in einer Entfernung von 3 Fufs folgende Ablenkungen:

der erste Stab	1° 5′,
die zwei Stäbe aufeinander gelegt	1° 42′.

Würde man nun mit Vergröfserung der Masse fortfahren, so würde man endlich auf einen Punkt gerathen, wo nach den oben angegebenen Gründen die Ablenkungswinkel nicht mehr im Verhältnifs von $\sqrt[3]{V^2}$ stehen würden.

Es ist einleuchtend, dafs zwei Magnetstäbe von gleichem Gewicht und von gleichem Magnetismus, aber von verschiedener Länge auch verschiedene Ablenkungen an einer Magnetnadel geben müssen. Um nun die gehörigen Aufschlüsse darüber zu erhalten, wurden folgende Versuche angestellt: Zur Ablenkung einer gewöhnlichen Compafs-Nadel von 40 Linien Länge, 95 Gran Gewicht und 3 Secunden Schwingungsdauer — dieselbe ist hier gleichgiltig — wurden folgende Magnetstäbe Nr. 17. 18. 19, von denen jeder $8^1/_2$ Loth an Gewicht hatte, bestimmt:

Von Nr. 17. war die Länge 6 Zoll, die Schwingungsdauer 7,50 Sec.
„ „ 18. „ „ „ 12 „ „ „ „ 8,32 „
„ „ 19. „ „ „ 18 „ „ „ „ 11,35 „
diese drei Magnetstäbe haben fast gleichen Magnetismus, nur dafs Nr. 19 um 0,03 stärker ist als die beiden andern Stäbe, was wir aber hier unberücksichtiget lassen. Bei den Ablenkungen war jederzeit ein Pol des Magnetstabes senkrecht auf das Centrum der Nadel gerichtet, und es wurde immer aus den Ablenkungen des Süd- und des Nordpols das Mittel genommen. Die Entfernung ist von dem naheliegenden Pol des Stabes gerechnet. Es ergaben sich nun bei diesen drei Stäben in den verschiedenen Entfernungen folgende Ablenkungen:

Bei dem 6 zölligen Stab 4 Fufs vom Mittelpunkt $^2/_3$ Grad
„ „ 12 „ „ 4 „ „ „ 2°
„ „ 18 „ „ 4 „ „ „ 3°
„ „ 6 „ „ $3^1/_2$ „ „ „ $^{15}/_{16}$°
„ „ 12 „ „ $3^1/_2$ „ „ „ $3^1/_4$°
„ „ 18 „ „ $3^1/_2$ „ „ „ 4°
„ „ 6 „ „ 3 „ „ „ $1^2/_3$°
„ „ 12 „ „ 3 „ „ „ $4^3/_4$ Grad
„ „ 18 „ „ 3 „ „ „ $6^1/_8$°
„ „ 6 „ „ $2^1/_2$ „ „ „ $2^1/_2$°
„ „ 12 „ „ $2^1/_2$ „ „ „ $7^2/_3$°
„ „ 18 „ „ $2^1/_2$ „ „ „ $9^1/_2$°

Ablenkungen bei dem Stab von 6 Zoll Länge:

Entfernung Fufs	4	$3^1/_2$	3	$2^1/_2$
beobachtet	0° 40′	0° 56′	1° 40′	2° 30′
berechnet				

Ablenkungen bei dem Stab von 12 Zoll Länge:

Entfernung Fufs	4	$3^1/_2$	3	$2^1/_2$
beobachtet	2°	3° 15′	4° 45′	7° 40′
berechnet				

Ablenkungen bei dem Stab von 18 Zoll Länge:

Entfernung Fufs	4	$3^1/_2$	3	$2^1/_2$
beobachtet	3°	4°	6° 8′	9° 30′
berechnet				

Obgleich diese Versuche keine grofse Genauigkeit gewähren können, indem bei einer so kleinen Nadel, welche sich auf einer Spitze dreht, die Resultate sehr unsicher sind, der Bogen sehr klein ist und die Winkel vermittelst der Loupe nach dem Augenmaafs geschätzt werden mufsten, so sieht man doch, welchen Einflufs bei gleicher Masse und gleichem Magnetismus die verschiedene Länge der Stäbe auf die

Ablenkungen einer Magnetnadel in der Entfernung ausübt. Doch ist dieses Verhältnifs nur innerhalb gewisser Grenzen giltig und mufs sich bei gröfserer Annäherung an die Magnetnadel wieder ändern, und selbst das oben angegebene Verhältnifs für die Längen kann nur innerhalb gewisser Grenzen stattfinden. Wir konnten uns nicht die Einrichtung verschaffen, bei welcher wir im Stande gewesen wären, die Ablenkungen der Magnetnadeln, die an seidenen Coconsfädchen aufgehängt sind, mit derjenigen Genauigkeit zu beobachten, wie es solche Versuche erfordern, wenn die Resultate sicher und zuverläfsig sein sollen. Wir mufsten uns daher mit diesen mangelhaften Resultaten begnügen, die jedoch die Hauptsache, um welche es sich hier handelt, sehr gut darstellen. Indessen wollen wir unsere Angaben als eine blose Annäherung an die Wahrheit betrachtet wissen.

In dem Vorigen wurde durch einen Versuch nachgewiesen, dafs eine unmagnetisirte Stahlplatte durch die Einwirkung zweier Magnete in einer Entfernung von 5 Zoll so stark magnetisch wurde, dafs sie eine Schwingungsdauer von

81,88 Secunden

hatte. Als dieselbe nach einigen Tagen wieder untersucht wurde, hatte sie nur eine Schwingungsdauer von

124,40 Secunden;

sie hatte daher nach der Formel

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{y}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{Y}}}$$

0,53 an ihrer Stärke verloren. In welcher Zeit aber die Platte diesen Magnetismus verloren hat, ob in einem halben Tage, oder in diesen zwei Tagen, können wir nicht angeben. Es ergiebt sich aber daraus, dafs ein grofser Theil des Magnetismus aus der Platte wieder entwichen war. Fassen wir nun diese Thatsachen fest ins Auge, so sehen wir, warum sich aus so vielen Versuchen, die angestellt würden, um das Gesetz, wonach die Wirkungen des Magnetismus in der Ferne erfolgen, öfter so auffallende und einander widersprechende Resultate ergaben. Es ist nämlich die Einwirkung in die Masse der Magnetnadel, die sich weiter erstreckte, als man vermuthete, nicht gehörig berücksichtiget worden. Wenn nämlich eine Einwirkung in die Masse der Nadel stattfindet, so wird sie stärker abgelenkt, als im Verhältnifs der Gröfse ihres wirklichen Magnetismus, sie erhält daher eine Ablenkung, als wenn sie länger wäre, als sie wirklich ist, wodurch man bei Berechnung der Resultate auf Formeln geräth, welche das Centrum der Anziehung aufser-

halb des Stabes verlegen. Die Nachweise der angegebenen Abweichungen aus den Versuchen, die gemacht wurden, um das Gesetz der Wirkungen in die Ferne kennen zu lernen, würden eine sehr langwierige Arbeit sein, allein der anschauliche Beweis hiefür ergiebt sich aus den Versuchen von Robinson, die er über die magnetische Curve anstellte, und die in Gehler's physikalischem Wörterbuche angeführt sind. Ohne die Versuche selbst zu beschreiben, dürfen wir nur Folgendes erwähnen. Es heifst:

„Im Verlauf der Zeit schienen nämlich oft sonderbare Lau-
„nen der Nadel einzutreten, so dafs dieselbe, wenn sie in einer
„gewissen Stellung des Magnetstabes zur Ruhe gekommen war,
„eine halbe Stunde später bei gänzlich unverrücktem Stand der
„Dinge sich merklich aufserhalb desselben befand und eine neue
„Stellung des Lineals erforderte etc.“

Die Klagen über die unrichtige Stellung der Nadel und die daraus entstehenden Abweichungen bei diesen Versuchen dauern eine ganze Seite lag fort; allein man sieht, dafs diese sonderbaren Launen der Magnetnadel von der Einwirkung des Magnetstabes in die Masse der Magnetnadel nach ihrer verschiedenen Stellung und Richtung ihren Grund haben. Hiebei wird einer etwas paradoxen Erscheinung, die sich dem Dr. Robinson darbot, Erwähnung gethan, als er die zwei befreundeten Pole zweier kräftiger Magnetstäbe bis auf drei Zoll einander näherte. Die Stäbe lagen in einer geraden Linie, und zwischen ihnen befand sich eine kleine Magnetnadel auf ihrer Gnomenspitze. Wenn er nun die Nadel auf einer Linie bewegte, die in gleicher Entfernung von den Magneten auf ihrer Axe senkrecht war, so war ihre Richtung mit der Axe parallel und zwar so, wie es die Gesetze der magnetischen Anziehung erforderten, nämlich ihr Südende dem nördlichen, ihr Nordende dem südlichen Pole der Stäbe zugekehrt; dies blieb so bis zu einer gewissen Distanz, wo die Nadel gar keine Polarität mehr zeigte und in jeder Richtung stehen blieb. Bei weiterer Entfernung von den Magneten schien sie wieder mehr Kraft zu gewinnen, nur hatte sie sich umgewendet, so dafs ihr Nordpol dem Nordpol des Magnets zugekehrt war und ihre Richtungskraft schien in einer bestimmten Entfernung von den Magneten ihr Maximum erreicht zu haben.

Diese Erscheinung beruht auf einem sehr einfachen Grunde, nur ist die Hauptsache vergessen worden, welche dabei zu bemerken ist. Die beiden Stäbe lagen nämlich in gerader Richtung von Süden nach Norden, und ihre Pole lagen einander so gegenüber, dafs, wenn die Magnetnadel in der Mitte beider Magnete stand, sich ihr Südpol nach Norden, ihr Nordpol nach Süden richtete. Wurde nun die Magnetnadel

und derselben Untersuchungsnadel sich die Wirkungen auf dieselbe wie die Quadratwurzeln aus den Querschnitten verhalten, so sieht man, warum bei solchen Stäben das Verhältnifs

$$\sqrt{w} : \sqrt{W}$$

ein Verhältnifs für die Intensitäts-Curve giebt, man sieht aber auch, wenn die Dicke im Verhältnifs zu den Längen gröfser wird, dafs dieses Verhältnifs nicht mehr stattfinden kann. Diese Intensitäts-Curven sind also nach Verhältnifs der Umstände veränderlich; sie drücken wohl Wirkungen von der Gröfse des Magnetismus aus, stellen aber etwas Anderes vor, als man bis jetzt annahm. Die Beantwortung der Frage: „in welchem Verhältnifs wächst die Wirkung des Magnetismus von der Indifferenzlinie an" ist eine sehr precäre und mufs vorher auf einen deutlichen Begriff gebracht werden. Die Indifferenzlinie ist diejenige Stelle, wo die Entwickelung der beiden Polaritäten anfängt; daher in derselben die Wirkung des Magnets = 0 ist.

Wenn ein langer Magnetstab in der Indifferenzlinie mit einer langen Mangnetnadel in senkrechter Richtung mit einem Pol berührt wird, so ist die Wirkung = 0, aber nicht deswegen, weil der Magnetismus der einzelnen Massentheile innerhalb der Masse = 0 ist, sondern weil sich hier die Wirkungen der beiden Polaritäten nicht allein innerhalb des Stabes, sondern auch in der aufserhalb desselben liegenden senkrecht verlängerten Indifferenzlinie aufheben, oder das Gleichgewicht halten. Entfernt man sich nun mit einem Pol in senkrechter Richtung von der Indifferenzlinie des Stabes, so nimmt die Anziehung gegen den freundschaftlichen Pol zu, die Anziehung des andern Pols auf den entgegengesetzten Pol der Nadel nimmt ab. Wenn man sich nun von der Indifferenzlinie dem Ende des Stabes nähert, so ändern sich beide Functionen nicht im gleichen Verhältnifs, weil durch die Einwirkung des Magnetstabes in die Masse der Nadel ihr Magnetismus vergröfsert und sie daher von demselben mit einer gröfseren Stärke angezogen wird, als es in dem Verhältnifs der Entfernung von der Indifferenzlinie liegt. Man erhält daher für diese Neigungs- oder Intensitäts-Curve eine zusammengesetzte Function, welche von der Gröfse der Masse, der Stärke des Magnetismus, der Länge des Magnetstabes und der Masse und Länge der Untersuchungsnadel abhängt; und so kann es für diese Curve keine allgemeine Gleichung geben, und man sieht daraus, warum die Untersuchungsnadel kurz und leicht sein mufs. Wird ein kurzer und ein langer Magnetstab von gleicher Masse und gleichem Magnetismus in Eisenfeilspäne gelegt, so sind die magnetischen Curven, welche sie bilden, verschieden, auch sieht man, warum sich je nach Verhältnifs der Länge oder der Dicke der Magnetstäbe gegen die Mitte zu mehr oder weniger Eisenspäne anhängen.

Legt man nämlich den Magnetstab in Eisenfeilspäne, so heben sich in der Mitte die beiden Polaritäten auf, die Eisenspäne können nicht polarisch werden und hängen sich daher auch nicht an den Magnetstab an. Durch dieses werden wir zu einer neuen, sehr wichtigen Lehre vorbereitet, welche wir hier nur andeuten können; es ist nämlich die Lehre über das Gleichgewicht der Wirkungen polarischer Kräfte, wo daher Kräfte vorhanden sind, sich aber keine Erscheinungen offenbaren können.

Bei einem vollkommenen Magnetstabe liegt die Indifferenzlinie in der Mitte. Bricht man an dem einen Pol eines Stabes ein Stück ab, so bleibt die Indifferenzlinie immer in der Mitte des Stabes, das abgebrochene Stück hat dieselben unveränderten Pole wie der grofse Stab und die Indifferenzlinie liegt dabei ebenfalls in der Mitte. Bricht man den Stab in der Indifferenzlinie entzwei, so hat man nun zwei Magnetstäbe, die dieselben Pole haben und deren Indifferenzlinie ebenfalls in der Mitte liegt, und so geht es bei der Theilung des Stabes fort. Um diesen Versuch anzustellen, so kann man vor dem Härten kleine Einschnitte in den Stab einfeilen und nach dem Härten die Stücke, indem man den Stab auf Holz legt, mit einem Stückchen Holz abschlagen. In der Aeusserng der Polarität liegt daher die Eigenschaft und der Begriff des Magnetismus, man kann daher die Wirkung eines einzelnen Poles des Magnets nie für sich isolirt betrachten, weil jederzeit der ganze Magnet dabei wirksam ist.

Im Vorigen wurde zweier Magnetstäbe von quadratischem Querschnitte von 4¾ Loth Gewicht, 45 Linien Länge und 5,50 Secunden Schwingungsdauer Erwähnung gethan. Diese zwei Stäbe zogen sich mit ihren ungleichnamigen Polen ihrer ganzen Länge nach mit grofser Stärke an. Bei der Schwingungsdauer von 5,50 Secunden ist das Tragvermögen beider Magnete als Hufeisen, wenn der eine als Anker dient, 3 Pfd., daher ist das Tragvermögen jedes einzelnen Magnets, wenn er mit einem Anker versehen ist, ebenfalls 3 Pfd. Nun ist es allerdings von grófsem Interesse zu wissen, wie grofs das Tragvermögen beider Magnetstäbe ist, wenn sie sich der Länge nach berühren; allein die genaue Bestimmung dieses Tragvermögens ist mit so vielen Schwierigkeiten verbunden, dafs wir die Kosten und die dazu erforderliche Zeit für kein Aequivalent ansahen.

Es liegt in der Natur der Sache, dafs, so gut man das Tragvermögen eines Magnetstabes aus seiner Schwingungsdauer bestimmen kann, dieses auch aus der Schwingungsdauer eines Hufeisenmagnets geschehen könne. Hängt man einen Hufeisenmagnet in seinem Schwerpunkt in der Mitte der Biegung auf, so schwingt er ebenfalls. Allein

erhält. Aus den Versuchen hat sich ergeben, wie verschieden die Functionen der Magnete für ihre Momente nach Verhältnifs ihrer Masse, der Gröfse ihres Magnetismus und ihrer Länge sind, die aber durch ein allgemeines Gesetz bestimmt werden. Kommen nun die Einwirkungen der Magnete in ihre Massen noch hinzu, so erhalten wir zusammengesetzte Functionen, aber vermöge der Kenntnifs des magnetischen Gesetzes lassen sich dieselben trennen und das Unbekannte läfst sich aus dem Bekannten bestimmen.

Ueber das Verhalten der Magnete bei verschiedenen Temperatur-Veränderungen.

Im Vorigen haben wir nachgewiesen, in welcher genauen Verbindung der Magnetismus einer Masse mit ihrer Molecularbeschaffenheit steht. Nun hat aber die Wärme den gröfsten Einflufs auf die Moleculartháätigkeit der Masse und es ergiebt sich daraus von selbst, dafs Wärme und Magnetismus in innigem Zusammenhange stehen, und dafs die Lehre darüber einen besondern, und zwar sehr wichtigen, Artikel in der Theorie des Magnetismus bildet. Da wir die Resultate unserer Versuche darüber, die sich seit 12 Jahren angehäuft haben, noch nicht haben gehörig ordnen können, der Zweck des Gegenwärtigen auch nur der ist, das Gesetz des Magnetismus bekannt zu machen und nachzuweisen, und man dieses zuerst kennen mufs, wenn man aus den Resultaten einen richtigen Schlufs ziehen will, so werden wir nur dasjenige anführen, was zur Kenntnifs der Temperaturänderung bei den Beobachtungen über die Aenderung der Intensität des Erdmagnetismus nothwendig ist.

In Gehler's physikalischem Wörterbuche sind folgende Versuche angeführt: Es wurden vier Stahlcylinder von Gufsstahl von 35 Linien Länge und 1,1 Linien Dicke gehärtet und mit 40 Doppelstrichen magnetisirt. Diese Cylinder wurden darauf längere oder kürzere Zeit in Leinöl gesotten und mit 30 Strichen wieder magnetisirt. Die Zeiten, in welchen diese Cylinder 100 Schwingungen machten, zeigt folgende Tafel:

Vor dem Kochen bei 40 Strichen		Nach dem Kochen bei 30 Strichen	Zunahme der Intensität
Nr. 1.	306″,38	249″,92	1,514
„ 2.	299″,74	251″,10	1,442
„ 3.	324″,42	250″,15	1,641
„ 4.	308″,74	253″,32	1,485

Die Zunahme der Intensitäten ist aus dem umgekehrten Verhältnifs

$$T^2 : t^2$$

bestimmt, von diesen Cylindern wiegt aber jeder ungefähr 48 Gran, sie sind daher zu leicht, und diese Intensitäten müssen daher noch mit ihrer Quadratwurzel multiplizirt werden, weil sich dieselben umgekehrt verhalten wie

$$T^3 : t^3$$

und die Zunahme der Intensität beträgt bei Nr. 1. 1,864,
„ „ 2. 1,732,
„ „ 3. 2,102,
„ „ 4. 1,811,

ein jeder solcher Cylinder müfste ungefähr ³/₄ Loth wiegen, wenn er hinreichende Masse haben sollte, alsdann würden dieselben zwar eine andere Schwingungsdauer haben, aber aus dem umgekehrten Verhältnifs

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

würde man dieselben Intensitäten erhalten. Der bedeutende Unterschied in der Schwingungsdauer der angegebenen Cylinder zeigt, dafs sie nicht gleichförmig gehärtet waren und ihre Molecularbeschaffenheit verschieden war, dafs sich aber dieselbe durch die Hitze in ein gleicheres Verhältnifs gestellt hatte. Insofern man annehmen kann, dafs alle Cylinder durch das Kochen die gleiche Temperatur des siedenden Oeles erhalten hatten, ist das kürzere oder längere Kochen von keinem Einflufs, indem man aus der Erfahrung weifs, dafs der Stahl seine Härte nicht verändert, er mag in der Hitze, die er erhalten hat, abkühlen, oder in derselben Temperatur, so lange man will, erhalten werden. Durch die Hitze des Kochens in Leinöl sind jedoch die Nadeln zu weich geworden, weswegen sie wohl einen gröfseren Magnetismus annahmen, ihn aber nicht permanent behielten, da ihre Schwingungsdauer mit der Zeit zugenommen hatte. Was jedoch bei diesen Versuchen auffallend ist, das sind die vielen Striche, die bei diesen kleinen Magneten zur vollkommenen Magnetisirung nothwendig waren. Es müssen die Magnetisirstäbe sehr schwach gewesen sein, indem mit hinreichend kräftigen Stäben so kleine Magnete höchstens vier Striche erfordern, um vollkommen magnetisirt zu sein.

Die Anwendung, welche man macht, um aus den horizontalen Schwingungen die Intensitäten des Erdmagnetismus zu bestimmen, erfordert, dafs man für den Einflufs der Wärme die gehörige Correction anbringt. Die Molecularbeschaffenheit des Stahls ist bei den verschiedenen Stahlsorten, ja sogar bei ein und derselben Stahlsorte, nach Verhältnifs der Masse verschieden, es mufs daher auch der Einflufs der

Temperatur auf die Schwingungsdauer der Magnetstäbe von verschiedener Masse und von verschiedenem Magnetismus ein verschiedener sein, so dafs es ganz unmöglich wird, einen allgemeinen bestimmten Corrections-Coeffizienten aufzufinden. Wir werden daher die Eigenschaften des weichen Eisens und des Stahls, welche sie durch eine Temperatur-Differenz von — 20° + 20° Réaumur erlangen, und welcher ein Magnetstab ausgesetzt sein kann, in nähere Betrachtung ziehen.

In der Kälte von — 20° Réaumur ist das geschmeidige Eisen nicht allein härter, als in der Wärme von + 20° Réaumur, sondern es zeigt dann auch mehr Sprödigkeit oder eine geringere Geschmeidigkeit, so dafs eine Eisenstange, welche in der Sommerwärme ein starkes Werfen und Biegen aushalten kann; bei einer starken Kälte, besonders wenn sie stark und dick ist, oft durch das geringste Biegen oder durch einen einzigen Schlag zerbricht. Der Stahl wird durch die Kälte ebenfalls spröder, was beim Feilen sehr merklich ist, weshalb die Feilschmiede ein Stück Eisen oder Stahl, welches sich seiner Gröfse wegen durch das Feilen nicht erwärmt, nie in der Frostkälte feilen, sondern es vorher immer handwarm machen, weil auch die beste Feile in strenger Kälte wegen der Sprödigkeit ihrer Theile sehr schnell verdorben wird. Eisen ist daher nur bei einer gewissen Temperatur ein geschmeidiges Metall. Es durchläuft daher der Stahl von der Temperaturdifferenz von — 20° bis + 20° verschiedene Zustände, die auf den Magnetismus des Stabes von entschiedenem Einflufs sind. Diesen Einflufs mufs man durch die Erfahrung vermittelst der Versuche kennen lernen. Nun sind wohl Versuche darüber angestellt worden, sie wurden aber meistens in einer höheren Temperatur als der, welcher der Magnetstab gewöhnlich ausgesetzt ist, angestellt, wodurch schon an und für sich die Qualität des Stahls und zugleich sein Magnetismus verändert wurde, und man bediente sich dabei meistens kleiner Stäbe, wo die Resultate immer unsicher sind. Um daher die Correction für die Temperaturänderung aufzufinden, darf man die Versuche nie über einen höheren Wärmegrad ausdehnen, als welchem ein Magnet möglicher Weise ausgesetzt sein kann.

Man bediene sich zu diesen Versuchen eines vollkommen magnetisirten Magnetstabes von 2 Pfd. Gewicht und 2 Fufs Länge, der einen permanenten Magnetismus besitzt, und bestimme im Winter bei einer Temperatur von — 12 bis + 20 Grad seine Schwingungsdauer, darauf lasse man ihn die Temperatur der Atmosphäre annehmen, und bestimme bei derselben ebenfalls seine Schwingungsdauer; hierauf gebe man dem Magnetstab seine frühere Temperatur wieder und man wird dadurch die gewünschten Aufschlüsse erhalten. Diese Versuche kann man bis zur Temperatur von + 30 Grad fortsetzen. Man wird dadurch finden, wel-

chen Einflufs der Unterschied der Temperatur auf die Schwingungsdauer des Magnets hat, und ob dadurch sein Magnetismus verändert worden ist. Ist nun für diesen Stab die Correction für die Temperaturänderung aufgefunden, so mufs noch durch Versuche bestimmt werden, ob ein allgemeiner Corrections-Coeffizient für verschiedene Massen und verschiedenen Magnetismus möglich ist, oder ob er für jeden Stab besonders bestimmt werden mufs. Je gröfser der Magnetismus eines Stabes und je härter derselbe ist, desto geringer ist auch der Einflufs der Temperatur-Differenz auf seine Schwingungsdauer.

Wir mufsten auf diese Versuche, bei welchen es sich um sehr kleine Zeittheile mit vollkommener Gewifsheit handelt, Verzicht leisten, da wir uns nicht in dem Falle befinden, dieselben mit der erforderlichen Genauigkeit anstellen zu können, und obige Angaben sind aus den Versuchen, die bei höheren Wärmegraden angestellt wurden, entnommen. Wir erwarten durch die Beobachtung der Schwingungsdauer mit sehr grofsen Magnetstäben die wichtigsten Aufschlüsse über das Verhalten des Erdmagnetismus, hiebei ist aber die genaue Kenntnifs von der Correction wegen der Wärme-Differenz nothwendig.

Ueber das Verhalten des Magnetismus zum Eisen.

Es ist im Vorigen nachgewiesen worden, dafs zwei Hufeisenmagnete von gleicher Masse, gleicher Form und gleichem Magnetismus, wenn der eine als Anker gebraucht wird, dasselbe Tragvermögen besitzen, als jeder Magnet einzeln, wenn er mit einem Anker von reinem weichem Eisen versehen ist. Der Magnet theilt daher bei der Berührung dem reinen Eisen eben so viel Magnetismus mit, als er selbst besitzt. Eisen ist an und für sich unmagnetisch und bleibt nur so lange magnetisch, als er den Wirkungen eines Magnets, oder eines galvanischen Stromes, der vermittelst eines spiralförmig gewundenen isolirten Kupferdrahtes um ihn geleitet wird, ausgesetzt ist. So wie aber der galvanische oder electrische Strom aufhört, so verliert er auch seinen Magnetismus. Da nun das Gesetz des Magnetismus, und daher die Gleichung

$$S = \sqrt[3]{V^2},$$

allgemein ist, so kann auch die Electricität nur in diesem Verhältnifs in das Eisen wirken. Das heifst: wenn zwei Eisenmagnete von verschie-

denem Gewicht durch den electrischen Strom in einem solchen Verhältnifs magnetisch werden, dafs ihre einzelnen Massentheile das Maximum ihres Magnetismus erhalten, so stehen auch ihre Tragvermögen im Verhältnifs von

$$\sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$
$$\sqrt[3]{p^2} : \sqrt[3]{P^2}.$$

Dieses zeigen auch die Versuche, die gleich Anfangs bei Entdeckung des Electromagnetismus über das Tragvermögen des Electromagnets gegemacht wurden. In Gehler's physikalischem Wörterbuche von 1836 finden wir folgenden Versuch über das Tragvermögen von drei Electromagneten angeführt. Das Gewicht derselben betrug

0,29 0,35 1,5 Kilogramme,

ihr Tragvermögen betrug im Maximum

11,5 12,8 und 41,0 Kilogramme,

woraus man geschlossen hat, dafs dieselben im Verhältnifs zu ihren Oberflächen stehen mögen. Berechnet man ihre Tragvermögen nach dem Verhältnifs von $\sqrt[3]{V^2}$, so erhält man für das Tragvermögen der zwei letzten Magnete

13,0 34,4 Kilogramme,

und man sieht, dafs die Tragvermögen der zwei letzteren Electromagnete nicht im Verhältnifs ihres Gewichts, sondern im Verhältnifs von $\sqrt[3]{p^2}$ sind. Die Differenzen, welche dabei vorkommen, liegen in der Anordnung des Versuchs. Sollen diese Versuche mit der Gleichung

$$S = \sqrt[3]{V^2}$$

übereinstimmen, so müssen auch die Bedingungen, unter welchen der Magnet sein vollständiges Tragvermögen äufsern kann, erfüllt werden. Die erste Bedingung ist, dafs der Querschnitt des Electromagnets, den wir quadratisch oder rund annehmen, eben sei, und dafs die Dicke des Ankers nicht mehr als $^2/_5$ von der Dicke des Magnets betrage, so wie auch dafs die Gewichte der Anker gleiches Verhältnifs zu denjenigen der Magnete haben. Für einen Electromagnet von 1 Pfd. Gewicht nehme man einen Anker von $^3/_8$ Pfd. Gewicht, zu einem dergleichen von 4 Pfd. Gewicht einen Anker von $1^1/_2$ Pfd. Gewicht u. s. f., und setze für das Tragverhältnifs das Gewicht des Magnets sammt dem Anker = 1. Bei Electromagneten von verschiedenem Gewicht verstärke man nun den Strom so lange, bis jeder das Maximum seines Tagvermögens erreicht hat.

Aus der Gleichung

$$s^3 : S^3 = v^2 : V^2$$
$$z^3 : Z^3 = p^2 : P^2$$

ergiebt sich, dafs für das Maximum des Electromagnetismus zweier Magnete von verschiedenem Gewicht oder Volumen sich die Gröfse der magnetischen Ströme wie die Quadrate der Massen oder Volumen verhalten müssen. Um daher von einer 2 und 3 mal gröfseren Eisenmasse das Maximum vom Magnetismus zu erhalten, ist ein 4 und 9 mal gröfserer Strom erforderlich.

Dadurch, dafs man den Begriff der Anziehung, wie dieselbe bei der Masse stattfindet, und den Begriff des Wortes Kraft in eben demselben Sinne auf den Magnetismus übertrug, ist das Gesetz des Magnetismus immer verborgen geblieben. Man wollte dabei Alles aus mechanischen Gesetzen ableiten, da aber dieses nicht zu dem gewünschten Ziele führte, so ist man durch die Erscheinungen zu vielen falschen Annahmen, als von einer ungleichen Vertheilung des Magnetismus im Innern der Magnete, von einem freien und gebundenen Magnetismus, von einem Fluidum, das blos auf der Oberfläche der Magnete verbreitet sei, verleitet worden, und es ist merkwürdig, wie lange sich diese Annahmen erhalten haben, und welche Mühe man sich gegeben hat, dieselben als in der Natur begründet aus den Versuchen nachzuweisen. Die mechanische Kraft, welche man auf der Drehwaage durch einen Magnetstab erhält, ist ganz verschieden von der magnetischen Kraft seiner Masse, und beide Kräfte lassen sich nicht unmittelbar mit einander vergleichen.

Obgleich das Gesetz des Magnetismus allgemein ist, so lassen sich doch viele Functionen durch eine allgemeine Gleichung nicht ausdrücken, weil die Gröfsen, welche dieselben bestimmen, veränderlich sind und immer erst aufgesucht werden müssen. Es sind auch die Gleichungen für die magnetischen Functionen ganz verschieden von denen in der Mechanik, und alle Gleichungen, die man bisher in der Lehre des Magnetismus aufführte, enthalten unrichtige Werthe. Berechnet man z. B. das statische Moment der Masse eines Magnetstabes nach der Formel

$$m = \frac{\pi^2 P l^2}{3g T^2}$$

so bestimmt dieser Werth für den Magnetismus gar nichts und giebt keinen Begriff über die magnetische Function.

Ueber die Eigenschaften der Magnete nach ihrer verschiedenen Form, Gröfse und Härte.

Im Vorhergehenden wurden die Gleichungen für die Schwingungsdauer der Magnetstäbe von verschiedener Form, Länge und Masse an-

gegeben; zugleich wurde auch nachgewiesen, dafs die Masse der Magnetstäbe bei dem Härten nach Verhältnifs ihrer Dicke verschiedenen Modificationen unterworfen ist.

Wenn zwei Magnetstäbe von gleicher Masse und gleichem Querschnitte gehärtet werden, wovon der eine einen quadratischen Querschnitt hat und einen Zoll dick ist, der andere aber 2 Zoll breit und einen halben Zoll dick ist, so braucht der letztere bei dem Härten zum Abkühlen nicht so viel Zeit, als der erstere, und die Molecularbeschaffenheit beider Stäbe ist daher etwas verschieden. Diese Verschiedenheit sucht man nun durch das Anlassen zu verbessern und möglichst auszugleichen. Allein es giebt noch eine andere Ursache, welche macht, dafs Stäbe von gleicher Masse und gleichem Querschnitte, wenn sie dick sind, mehr Schwierigkeiten darbieten, wenn sie eben so stark magnetisch werden sollen als dünne und flache Stäbe. Es gehört nämlich, um einen dicken Stab gleich stark magnetisch zu machen, eine weit gröfsere magnetische Kraft dazu, als bei einem dünnen, und aus dem Gesetz des Magnetismus geht hervor, dafs sich diese Kräfte wie die Quadrate der Dicken der Querschnitte verhalten müssen, wobei es gar nicht auf die Gröfse der Masse, sondern nur auf die Dicke des Querschnittes ankommt. Wer nun nicht die geeigneten Hilfsmittel besitzt, der kann wohl Stäbe bis zu einer gewissen Dicke vollkommen magnetisiren, aber über diese Grenzen hinaus wird es nicht mehr der Fall sein, wenn nicht die magnetisirende Kraft verhältnifsmäfsig verstärkt wird. — Kein Magnet behält die volle Kraft, die er durch das Magnetisiren erlangt hat; dies ist vorzüglich bei Hufeisenmagneten, wo man den Anker dabei anlegt, wie gleich Anfangs erwähnt wurde, der Fall; es ist daher nothwendig, dafs man nach dem Magnetisiren den Anker etwa sechs mal von denselben abreifst, und nachher ihr Tragvermögen untersucht, welches sie unverändert behalten sollen. Ist ein Stab magnetisirt, so berühre man mit jedem seiner Pol-Enden ein Stück Eisen drei bis vier mal und reifse ihn von demselben ab, hierauf lasse man ihn einige Stunden ruhig liegen und untersuche seine Schwingungsdauer. Nach einem oder zwei Tagen untersuche man dieselbe wieder; findet man, dafs sich dieselbe nicht verändert hat, so kann man überzeugt sein, dafs der Stab dieselbe auch in der Zukunft permanent beibehält, hat sie jedoch zugenommen, so ist er zu Versuchen nicht zu gebrauchen. — Bei einem jeden Magnetstab mufs man mit einer kleinen Untersuchungsnadel, die $2^1/_2$ bis 3 Linien lang ist und 2 bis 3 Gran wiegt, untersuchen, ob die Indifferenzlinie genau in der Mitte liegt, und die Neigungs-Curve auf beiden Hälften eine gleiche Krümmung hat. Bei dicken Stäben ist dies leicht zu bewerkstelligen; wenn aber der Querschnitt im Verhältnifs zur Länge

klein ist, wenn z. B. ein Magnetstab bei einer Länge von 4 Fufs nur 4 oder 5 Pfund wiegt, so bieten sich mehr Schwierigkeiten dar. Ist der Stab ungleich gehämmert, gehärtet, oder angelassen, so steigt die Neigungs-Curve nicht stetig und die Nadel hat einen ungleichen Gang. Hat ein solcher Magnetstab in seinem Innern Knoten, harte Stellen oder kleine Risse, so zeigt die Nadel durch ihre Schwankungen diese Stellen an. Solche vollkommene Magnetstäbe herzustellen, ist weit schwieriger, als man sich vorstellt. — Zu den angegebenen Untersuchnngsnadeln mufs man immer solche wählen, die aus Stahldraht und nicht aus Eisendraht bestehen, bei welchem die Nadeln durch ein Härtepulver hart gemacht werden, weil letztere nicht so stark magnetisch werden. Eine solche Nadel ist schon vollkommen magnetisirt, wenn man ihre Pol-Enden einige Secunden mit dem Pole eines Magnets von 25 Pfd. Tragvermögen in Berührung läfst.

Aus der Erfahrung ist bekannt und durch die Versuche nachgewiesen, dafs ein vollkommener Magnetstab eine permanente unveränderliche Schwingungsdauer besitzt, es kann daher auch nur ein solcher zu Beobachtungen über die Intensitäten des Erdmagnetismus an den verschiedenen Orten gebraucht werden. Die Engländer bedienen sich hiezu magnetischer Cylinder, die 42 franz. Linien lang sind und $1^3/_4$ bayer. Loth wiegen. Ein solcher Cylinder hat, wenn er glashart und vorzüglich stark magnetisch ist, in Nürnberg eine Schwingungsdauer von

3,50 Secunden.

Ein solcher Magnetstab hat, wie schon erwähnt worden ist, eine sehr schickliche Form. Da sich aber mit einem langen Stabe die Schwingungsdauer genauer beobachten läfst, als mit einem kurzen, so sind Stäbe von 72 Linien Länge, die $5^1/_{10}$ Loth wiegen und dabei eine Schwingungsdauer von ungefähr

5,50 Secunden

haben, den obigen vorzuziehen. Solche Stäbe müssen aber glashart sein, und die Unveränderlichkeit ihrer Schwingungsdauer mufs vorher genau geprüft werden. Hiebei ist aber nothwendig, dafs sie immer mit der gröfsten Sorgfalt behandelt werden. Ein solcher Magnet mufs vor jeder Erschütterung bewahrt bleiben, er mufs daher auf der Reise in Baumwolle eingehüllt liegen, und man hat sich zu hüten, dafs man ihn nicht auf Eisen lege oder in die Nähe eines andern Magnets bringe. Bei dem Gebrauch mufs man ihn sehr behutsam behandeln und ihn nicht auf einen Tisch, oder sonst an einen Ort hinwerfen. Fällt ein solcher Magnet während der Reise aus der Hand auf den Boden, so wird er dadurch unbrauchbar, weil man nicht bestimmt wissen kann, ob und wie viel sich seine Schwingungsdauer dadurch geändert hat. Da man nun

vor einem solchen Falle nicht gesichert ist, so ist es vortheilhaft, wenn man zwei Magnetstäbe von gleicher Länge und gleichem Gewicht mit auf die Reise nimmt, die aber nicht in ein und demselhen Kästchen, sondern getrennt von einander liegen müssen. Nun ist es zwar nicht möglich, zwei Magnetstäbe von gleicher Länge und Masse zu verfertigen, die genau gleiche Schwingungsdauer haben, sondern es wird immer ein kleiner Unterschied dabei stattfinden. Werden daher die Intensitäts-Beobachtungen des Erdmagnetismus statt mit einem Stabe mit zwei solchen Magnetstäben von permanenter Schwingungsdauer angestellt, so können aus der Vergleichung der Differenzen derselben an den verschiedenen Orten sehr wichtige Resultate gewonnen und die Werthe noch genauer bestimmt werden.

Bei Magnetstäben, welche an den Orten, wo sie schwingen, hinreichende Masse haben, verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

bei Magnetstäben, welche an den Orten, wo sie schwingen, zu leicht sind, verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$T^3 : t^3.$$

Es ist daher vortheilhafter, sich bei den Beobachtungen Stäbe von hinreichender Masse zu bedienen, weil sich die Beobachtungsfehler wie

$$\sqrt{T^3} : t^3$$

verhalten.

Um in Erfahrung zu bringen, in welchem Verhältnifs die magnetisirende Wirkung eines Magnets in der Entfernung durch allmälige Annäherung an ihn zunimmt, so wurde folgender Versuch mit einer Stahlplatte, die blau angelaufen war, angestellt:

Das Gewicht der Platte war $3^1/_2$ Loth,
die Länge 70 Linien,
die Breite 24 Linien,
die Dicke $^3/_{10}$ Linien.

Nun wurden zwei Hufeisenmagnete, jeder von 100 Pfd. Tragvermögen, aus einem Stück Stahl von 18 Pfd. Gewicht, bei einer Breite der Schenkel von 36 Linien mit ihren ungleichnamigen Polen so einander gegenüber gelegt, dafs sie einen halben Zoll von einander entfernt blieben. Ueber die Pole dieser Magnete wurde nun die Platte horizontal in einer Entfernung von 4 Zoll gelegt und acht Minuten liegen gelassen, und so wurde in verschiedenen Abständen mit der Annäherung an die Magnete fortgefahren; die Platte erhielt dadurch folgende Schwingungsdauer, wenn sie auf die dünne Seite gelegt wurde:

bei 4	Zoll Entfernung	28, 7	Secunden,
„ $3\frac{1}{2}$	„ „	25,83	„
„ 3	„ „	20,66	„
„ $2\frac{1}{2}$	„ „	16,67	„
„ 3	„ „	12,58	„
„ $1\frac{1}{2}$	„ „	9,83	„
„ 1	„ „	7,50	„
„ $\frac{3}{4}$	„ „	6,17	„
„ $\frac{1}{2}$	„ „	6,17	„
„ $\frac{1}{4}$	„ „	6,—	„
„ $\frac{1}{8}$	„ „	6,—	„
auf die Magnete gelegt		5,33	„
alsdann vollständig magnetisirt		4,46	„

Bei dieser Platte ist zu bemerken, dafs dieselbe viel weicher war, als diejenige, welche wir früher anführten, und welche durch das Magnetisiren in der Entfernung von 5 Zoll mit eben denselben Magneten eine Schwingungsdauer von

81,88 Secunden

erhalten hatte. Aus obiger Versuchsreihe ergiebt sich, dafs sich aus der Schwingungsdauer kein Gesetz über die magnetisirende Wirkung in den verschiedenen Abständen auffinden läfst, was auch sehr begreiflich ist. Es kommt hier die Dicke der Platte, ihre qualitative Beschaffenheit und die Zeit mit in Betrachtung; denn liegt die Platte nur sehr kurze Zeit in der Entfernung über den Magneten, so wird sie gar nicht magnetisch. Wir haben obige Versuche hauptsächlich angeführt, um zu zeigen, dafs es viele magnetische Functionen giebt, woraus sich keine allgemeine Bestimmungen ableiten lassen, wovon die Ablenkungen einer Magnetnadel in grofser und geringer Entfernung einen deutlichen Beweis liefern. Es ist daher nothwendig, dafs man die Umstände, wo dieses stattfindet, genau kennt, weil man sonst den rechten Weg verliert und auf Irrwege geräth, aus welchen man sich nicht herausfinden kann.

Obgleich aus der Schwingungsdauer eines jeden Magnets vermittelst der Werthe von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ die Gröfse seines Magnetismus bestimmt werden kann, so sieht man doch, dafs ein Magnet nur innerhalb der Grenzen von einer gewissen Form sein gröfstes Tragvermögen äufsern kann, und dafs es unmöglich ist, durch eine allgemeine Gleichung das Tragvermögen eines magnetischen Cubus, einer Platte, oder eines sehr langen und dünnen Stabes zu bestimmen, und eben so unmöglich ist es, durch eine allgemeine Gleichung die Ablenkungen einer Magnetnadel durch einen Magnet in der Entfernung und in der Nähe für jede Form zu be-

vor einem solchen Falle nicht gesichert ist, so ist es vortheilhaft, wenn man zwei Magnetstäbe von gleicher Länge und gleichem Gewicht mit auf die Reise nimmt, die aber nicht in ein und demselben Kästchen, sondern getrennt von einander liegen müssen. Nun ist es zwar nicht möglich, zwei Magnetstäbe von gleicher Länge und Masse zu verfertigen, die genau gleiche Schwingungsdauer haben, sondern es wird immer ein kleiner Unterschied dabei stattfinden. Werden daher die Intensitäts-Beobachtungen des Erdmagnetismus statt mit einem Stabe mit zwei solchen Magnetstäben von permanenter Schwingungsdauer angestellt, so können aus der Vergleichung der Differenzen derselben an den verschiedenen Orten sehr wichtige Resultate gewonnen und die Werthe noch genauer bestimmt werden.

Bei Magnetstäben, welche an den Orten, wo sie schwingen, hinreichende Masse haben, verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

bei Magnetstäben, welche an den Orten, wo sie schwingen, zu leicht sind, verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$T^3 : t^3.$$

Es ist daher vortheilhafter, sich bei den Beobachtungen Stäbe von hinreichender Masse zu bedienen, weil sich die Beobachtungsfehler wie

$$\sqrt{T^3} : t^3$$

verhalten.

Um in Erfahrung zu bringen, in welchem Verhältniſs die magnetisirende Wirkung eines Magnets in der Entfernung durch allmälige Annäherung an ihn zunimmt, so wurde folgender Versuch mit einer Stahlplatte, die blau angelaufen war, angestellt:

Das Gewicht der Platte war $3\frac{1}{2}$ Loth,
die Länge 70 Linien,
die Breite 24 Linien,
die Dicke $\frac{3}{10}$ Linien.

Nun wurden zwei Hufeisenmagnete, jeder von 100 Pfd. Tragvermögen, aus einem Stück Stahl von 18 Pfd. Gewicht, bei einer Breite der Schenkel von 36 Linien mit ihren ungleichnamigen Polen so einander gegenüber gelegt, daſs sie einen halben Zoll von einander entfernt blieben. Ueber die Pole dieser Magnete wurde nun die Platte horizontal in einer Entfernung von 4 Zoll gelegt und acht Minuten liegen gelassen, und so wurde in verschiedenen Abständen mit der Annäherung an die Magnete fortgefahren; die Platte erhielt dadurch folgende Schwingungsdauer, wenn sie auf die dünne Seite gelegt wurde:



bei 4	Zoll	Entfernung	28,7	Secunden,
„ 3½	„	„	25,83	„
„ 3	„	„	20,66	„
„ 2½	„	„	16,67	„
„ 3	„	„	12,58	„
„ 1½	„	„	9,83	„
„ 1	„	„	7,50	„
„ ¾	„	„	6,17	„
„ ½	„	„	6,17	„
„ ¼	„	„	6,—	„
„ ⅛	„	„	6,—	„
auf die Magnete gelegt			5,33	„
alsdann vollständig magnetisirt			4,46	„

Bei dieser Platte ist zu bemerken, dafs dieselbe viel weicher war, als diejenige, welche wir früher anführten, und welche durch das Magnetisiren in der Entfernung von 5 Zoll mit eben denselben Magneten eine Schwingungsdauer von

81,88 Secunden

erhalten hatte. Aus obiger Versuchsreihe ergiebt sich, dafs sich aus der Schwingungsdauer kein Gesetz über die magnetisirende Wirkung in den verschiedenen Abständen auffinden läfst, was auch sehr begreiflich ist. Es kommt hier die Dicke der Platte, ihre qualitative Beschaffenheit und die Zeit mit in Betrachtung; denn liegt die Platte nur sehr kurze Zeit in der Entfernung über den Magneten, so wird sie gar nicht magnetisch. Wir haben obige Versuche hauptsächlich angeführt, um zu zeigen, dafs es viele magnetische Functionen giebt, woraus sich keine allgemeine Bestimmungen ableiten lassen, wovon die Ablenkungen einer Magnetnadel in grofser und geringer Entfernung einen deutlichen Beweis liefern. Es ist daher nothwendig, dafs man die Umstände, wo dieses stattfindet, genau kennt, weil man sonst den rechten Weg verliert und auf Irrwege geräth, aus welchen man sich nicht herausfinden kann.

Obgleich aus der Schwingungsdauer eines jeden Magnets vermittelst der Werthe von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ die Gröfse seines Magnetismus bestimmt werden kann, so sieht man doch, dafs ein Magnet nur innerhalb der Grenzen von einer gewissen Form sein gröfstes Tragvermögen äufsern kann, und dafs es unmöglich ist, durch eine allgemeine Gleichung das Tragvermögen eines magnetischen Cubus, einer Platte, oder eines sehr langen und dünnen Stabes zu bestimmen, und eben so unmöglich ist es, durch eine allgemeine Gleichung die Ablenkungen einer Magnetnadel durch einen Magnet in der Entfernung und in der Nähe für jede Form zu be-

vor einem solchen Falle nicht gesichert ist, so ist es vortheilhaft, wenn man zwei Magnetstäbe von gleicher Länge und gleichem Gewicht mit auf die Reise nimmt, die aber nicht in ein und demselben Kästchen, sondern getrennt von einander liegen müssen. Nun ist es zwar nicht möglich, zwei Magnetstäbe von gleicher Länge und Masse zu verfertigen, die genau gleiche Schwingungsdauer haben, sondern es wird immer ein kleiner Unterschied dabei stattfinden. Werden daher die Intensitäts-Beobachtungen des Erdmagnetismus statt mit einem Stabe mit zwei solchen Magnetstäben von permanenter Schwingungsdauer angestellt, so können aus der Vergleichung der Differenzen derselben an den verschiedenen Orten sehr wichtige Resultate gewonnen und die Werthe noch genauer bestimmt werden.

Bei Magnetstäben, welche an den Orten, wo sie schwingen, hinreichende Masse haben, verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

bei Magnetstäben, welche an den Orten, wo sie schwingen, zu leicht sind, verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$T^3 : t^3.$$

Es ist daher vortheilhafter, sich bei den Beobachtungen Stäbe von hinreichender Masse zu bedienen, weil sich die Beobachtungsfehler wie

$$\sqrt{T^3} : t^3$$

verhalten.

Um in Erfahrung zu bringen, in welchem Verhältniſs die magnetisirende Wirkung eines Magnets in der Entfernung durch allmälige Annäherung an ihn zunimmt, so wurde folgender Versuch mit einer Stahlplatte, die blau angelaufen war, angestellt:

Das Gewicht der Platte war $3\frac{1}{2}$ Loth,
die Länge 70 Linien,
die Breite 24 Linien,
die Dicke $\frac{3}{10}$ Linien.

Nun wurden zwei Hufeisenmagnete, jeder von 100 Pfd. Tragvermögen, aus einem Stück Stahl von 18 Pfd. Gewicht, bei einer Breite der Schenkel von 36 Linien mit ihren ungleichnamigen Polen so einander gegenüber gelegt, daſs sie einen halben Zoll von einander entfernt blieben. Ueber die Pole dieser Magnete wurde nun die Platte horizontal in einer Entfernung von 4 Zoll gelegt und acht Minuten liegen gelassen, und so wurde in verschiedenen Abständen mit der Annäherung an die Magnete fortgefahren; die Platte erhielt dadurch folgende Schwingungsdauer, wenn sie auf die dünne Seite gelegt wurde:

bei 4	Zoll	Entfernung	28, 7	Secunden,
„ 3½	„	„	25,83	„
„ 3	„	„	20,66	„
„ 2½	„	„	16,67	„
„ 3	„	„	12,58	„
„ 1½	„	„	9,83	„
„ 1	„	„	7,50	„
„ ¾	„	„	6,17	„
„ ½	„	„	6,17	„
„ ¼	„	„	6,—	„
„ ⅛	„	„	6,—	„
auf die Magnete gelegt			5,33	„
alsdann vollständig magnetisirt			4,46	„

Bei dieser Platte ist zu bemerken, dafs dieselbe viel weicher war, als diejenige, welche wir früher anführten, und welche durch das Magnetisiren in der Entfernung von 5 Zoll mit eben denselben Magneten eine Schwingungsdauer von

81,88 Secunden

erhalten hatte. Aus obiger Versuchsreihe ergiebt sich, dafs sich aus der Schwingungsdauer kein Gesetz über die magnetisirende Wirkung in den verschiedenen Abständen auffinden läfst, was auch sehr begreiflich ist. Es kommt hier die Dicke der Platte, ihre qualitative Beschaffenheit und die Zeit mit in Betrachtung; denn liegt die Platte nur sehr kurze Zeit in der Entfernung über den Magneten, so wird sie gar nicht magnetisch. Wir haben obige Versuche hauptsächlich angeführt, um zu zeigen, dafs es viele magnetische Functionen giebt, woraus sich keine allgemeine Bestimmungen ableiten lassen, wovon die Ablenkungen einer Magnetnadel in grofser und geringer Entfernung einen deutlichen Beweis liefern. Es ist daher nothwendig, dafs man die Umstände, wo dieses stattfindet, genau kennt, weil man sonst den rechten Weg verliert und auf Irrwege geräth, aus welchen man sich nicht herausfinden kann.

Obgleich aus der Schwingungsdauer eines jeden Magnets vermittelst der Werthe von $\frac{1}{\mathfrak{D}}$ die Gröfse seines Magnetismus bestimmt werden kann, so sieht man doch, dafs ein Magnet nur innerhalb der Grenzen von einer gewissen Form sein gröfstes Tragvermögen äufsern kann, und dafs es unmöglich ist, durch eine allgemeine Gleichung das Tragvermögen eines magnetischen Cubus, einer Platte, oder eines sehr langen und dünnen Stabes zu bestimmen, und eben so unmöglich ist es, durch eine allgemeine Gleichung die Ablenkungen einer Magnetnadel durch einen Magnet in der Entfernung und in der Nähe für jede Form zu be-

vor einem solchen Falle nicht gesichert ist, so ist es vortheilhaft, wenn man zwei Magnetstäbe von gleicher Länge und gleichem Gewicht mit auf die Reise nimmt, die aber nicht in ein und demselben Kästchen, sondern getrennt von einander liegen müssen. Nun ist es zwar nicht möglich, zwei Magnetstäbe von gleicher Länge und Masse zu verfertigen, die genau gleiche Schwingungsdauer haben, sondern es wird immer ein kleiner Unterschied dabei stattfinden. Werden daher die Intensitäts-Beobachtungen des Erdmagnetismus statt mit einem Stabe mit zwei solchen Magnetstäben von permanenter Schwingungsdauer angestellt, so können aus der Vergleichung der Differenzen derselben an den verschiedenen Orten sehr wichtige Resultate gewonnen und die Werthe noch genauer bestimmt werden.

Bei Magnetstäben, welche an den Orten, wo sie schwingen, hinreichende Masse haben, verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

bei Magnetstäben, welche an den Orten, wo sie schwingen, zu leicht sind, verhalten sich die Erdmagnetismen umgekehrt wie

$$T^3 : t^3.$$

Es ist daher vortheilhafter, sich bei den Beobachtungen Stäbe von hinreichender Masse zu bedienen, weil sich die Beobachtungsfehler wie

$$\sqrt{T^3} : t^3$$

verhalten.

Um in Erfahrung zu bringen, in welchem Verhältnifs die magnetisirende Wirkung eines Magnets in der Entfernung durch allmälige Annäherung an ihn zunimmt, so wurde folgender Versuch mit einer Stahlplatte, die blau angelaufen war, angestellt:

Das Gewicht der Platte war $3\frac{1}{2}$ Loth,
die Länge 70 Linien,
die Breite 24 Linien,
die Dicke $\frac{3}{10}$ Linien.

Nun wurden zwei Hufeisenmagnete, jeder von 100 Pfd. Tragvermögen, aus einem Stück Stahl von 18 Pfd. Gewicht, bei einer Breite der Schenkel von 36 Linien mit ihren ungleichnamigen Polen so einander gegenüber gelegt, dafs sie einen halben Zoll von einander entfernt blieben. Ueber die Pole dieser Magnete wurde nun die Platte horizontal in einer Entfernung von 4 Zoll gelegt und acht Minuten liegen gelassen, und so wurde in verschiedenen Abständen mit der Annäherung an die Magnete fortgefahren; die Platte erhielt dadurch folgende Schwingungsdauer, wenn sie auf die dünne Seite gelegt wurde:

bei 4 Zoll Entfernung	28, 7 Secunden,
„ 3½ „ „	25,83 „
„ 3 „ „	20,66 „
„ 2½ „ „	16,67 „
„ 3 „ „	12,58 „
„ 1½ „ „	9,83 „
„ 1 „ „	7,50 „
„ ¾ „ „	6,17 „
„ ½ „ „	6,17 „
„ ¼ „ „	6,— „
„ ⅛ „ „	6,— „
auf die Magnete gelegt	5,33 „
alsdann vollständig magnetisirt	4,46 „

Bei dieser Platte ist zu bemerken, dafs dieselbe viel weicher war, als diejenige, welche wir früher anführten, und welche durch das Magnetisiren in der Entfernung von 5 Zoll mit eben denselben Magneten eine Schwingungsdauer von

81,88 Secunden

erhalten hatte. Aus obiger Versuchsreihe ergiebt sich, dafs sich aus der Schwingungsdauer kein Gesetz über die magnetisirende Wirkung in den verschiedenen Abständen auffinden läfst, was auch sehr begreiflich ist. Es kommt hier die Dicke der Platte, ihre qualitative Beschaffenheit und die Zeit mit in Betrachtung; denn liegt die Platte nur sehr kurze Zeit in der Entfernung über den Magneten, so wird sie gar nicht magnetisch. Wir haben obige Versuche hauptsächlich angeführt, um zu zeigen, dafs es viele magnetische Functionen giebt, woraus sich keine allgemeine Bestimmungen ableiten lassen, wovon die Ablenkungen einer Magnetnadel in grofser und geringer Entfernung einen deutlichen Beweis liefern. Es ist daher nothwendig, dafs man die Umstände, wo dieses stattfindet, genau kennt, weil man sonst den rechten Weg verliert und auf Irrwege geräth, aus welchen man sich nicht herausfinden kann.

Obgleich aus der Schwingungsdauer eines jeden Magnets vermittelst der Werthe von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ die Gröfse seines Magnetismus bestimmt werden kann, so sieht man doch, dafs ein Magnet nur innerhalb der Grenzen von einer gewissen Form sein gröfstes Tragvermögen äufsern kann, und dafs es unmöglich ist, durch eine allgemeine Gleichung das Tragvermögen eines magnetischen Cubus, einer Platte, oder eines sehr langen und dünnen Stabes zu bestimmen, und eben so unmöglich ist es, durch eine allgemeine Gleichung die Ablenkungen einer Magnetnadel durch einen Magnet in der Entfernung und in der Nähe für jede Form zu be-

stimmen. Aus unseren Versuchen hat sich ergeben, dafs bei einer Nadel von 12 Zoll Länge und $8^1/_2$ Loth Gewicht mit einer Schwingungsdauer von 8,32 Secunden durch einen Ablenkungsstab von $49^3/_4$ Zoll Länge und 140 Loth Gewicht mit einer Schwingungsdauer von 38,10 Secunden, wenn die Nadel senkrecht auf die Mitte des Ablenkungsstabes gerichtet war, folgende Ablenkungen erhalten wurden:

bei 30 Fufs Entfernung 171 Secunden,
„ 40 „ „ 72 „
„ 66 „ „ 16 „

war aber der Ablenkungsstab senkrecht auf die Mitte des Stabes gerichtet, wo die Ablenkung doppelt so grofs ist, als in der obigen Lage, so war die Ablenkung

bei 100 Fufs Entfernung 10 Secunden;

es verhalten sich daher die Tangenten dieser Ablenkungswinkel umgekehrt wie die Cubi der Entfernungen.

Gaufs hatte bei einer Nadel von 11 Zoll Länge mit einem Ablenkungsstabe von 11 Zoll Länge, wenn derselbe senkrecht auf die Mitte der Nadel gerichtet war, die Ablenkungen derselben in der Entfernung von 1, 3 bis 4 Meters (3 bis 12 Fufs) beobachtet und sie bei einer Entfernung

von 1,3 Meters zu 2° 13′ 51″,2
von 4,0 „ „ 0° 4′ 35″,9

befunden; es verhalten sich daher hier ebenfalls die Tangenten der Ablenkungswinkel umgekehrt wie die Cubi der Entfernungen. Hätte nun Gaufs mit denselben Magneten den Ablenkungswinkel in einer Entfernung von 100 Fufs beobachtet, so würde sich derselbe wie

$$100^3 : 12^3 = 276 \text{ Secunden} : \frac{276}{578}$$

verhalten haben und dieselbe hätte

0,478 Secunden

betragen. Unsere Nadel war 12 Zoll und der Ablenkungsstab $49^1/_2$ Zoll lang und der Ablenkungswinkel betrug bei 100 Fufs Entfernung

10 Secunden.

Der Magnetismus des Ablenkungsstabes von Gaufs ist unbekannt, es läfst sich daher über das Verhältnifs der Ablenkungen beider Stäbe in Hinsicht auf ihre Länge nichts Bestimmtes ermitteln, doch sieht man, dafs sich die Tangenten der Winkel ohngefähr wie die Quadrate der Längen der Ablenkungsstäbe, das ist wie

$$11^2 : (49^1/_2)^2$$

verhalten. Aus den Versuchen ergiebt sich, dafs innerhalb der Grenzen von

0° 0′ 16″ bis 2° 0

sich die Tangenten der Ablenkungswinkel umgekehrt wie die Cubi der Entfernungen verhalten, und dafs sich bei denselben verhält, wenn R, r die Entfernungen bedeuten,

$$R^3 : r^3 = \text{tang } v : \text{tang } V.$$

Wenn sich aber der Magnetstab der Nadel nähert, dafs die Ablenkungswinkel gröfser werden, so ändert sich dieses Verhältnifs, denn durch die veränderte Richtung der Nadel und ihrer Pole, so wie durch die Einwirkung in die Masse der Nadel bleibt die Function nicht mehr rein, es kommen noch Nebenwirkungen hinzu, wodurch sich die Ablenkungen nicht mehr aus den wirkenden Kräften allein bestimmen lassen.

Um zu finden, welchen Einflufs die Gröfse des Magnetismus eines Stabes auf die Ablenkung einer Magnetnadel ausübt, so wurde folgender Versuch angestellt: Es wurde dazu ein Magnetstab von 6 Zoll Länge und 8½ Loth Gewicht benützt, der eine Schwingungsdauer von

8 Secunden

hatte. Die Ablenkungen, welche durch denselben an einer 11 Zoll langen Compafs-Nadel, an welcher vermittelst eines Nonius die Winkel bis auf ungefähr 3 Minuten bestimmt werden konnten, stattfanden, waren, wenn der Stab senkrecht auf die Mitte der Nadel gerichtet war, folgende:

bei	4	Fufs	Entfernung	ihrer	Mittelpunkte	0° 45′
„	3½	„	„	„	„	1° 12′
„	3	„	„	„	„	1° 40′
„	2½	„	„	„	„	3° 3′

Nun wurde der Magnetismus dieses Stabes vermindert, dafs er nun eine Schwingungsdauer von

10,6 Secunden

hatte. Da nun dieser Magnetstab hinreichende Masse hat, so verhalten sich beide Magnetismen wie

$$\sqrt{(10,6)^3} : \sqrt{.\, 8^3} = 1 : 1,5252$$

die logarithmische Differenz von diesem Verhältnifs ist 0,18332, bei der Schwingungsdauer von 10,6 Secunden gab dieser Stab an derselben Nadel folgende Ablenkung:

bei	4	Fufs	Entfernung	0° 28′
„	3½	„	„	0° 45′
„	3	„	„	1° 3′
„	2½	„	„	1° 57′

wird von den Logarithmen der Tangenten der Ablenkungswinkel, welche dieser Stab bei der Schwingungsdauer von 8 Secunden gegeben hat,

nämlich von 0° 45′, 1° 12′, 1° 40′, 3° 3′, obige logarithmische Differenz subtrahirt, so erhält man bei der Schwingungsdauer von 10,6 Secunden für die Ablenkungswinkel der Nadel

bei 4	Fufs	Entfernung	0° 29′ 30″
„ 3½	„	„	0° 47′ 11″
„ 3	„	„	1° 5′ 31″
„ 2½	„	„	2° — —

woraus sich ergiebt, dafs die Tangenten der Ablenkungswinkel im Verhältnifs der Gröfse des Magnetismus des Magnetstabes stehen, was auch nicht anders sein kann. Es wird aber dadurch die Wahrheit des magnetischen Gesetzes, so wie die Richtigkeit unserer Gleichungen sehr deutlich dargestellt und bewiesen.

Um nun in Erfahrung zu bringen, welche Ablenkungen ein viereckiger Magnet hervorbringt, so wurde dazu ein magnetischer Körper von 31¾ Loth Gewicht benützt, der 21¼ Linien breit und 15 Linien dick war, und dessen Schwingungsdauer

14,60 Secunden

betrug. Von demselben wurden an der angezeigten 11zölligen Nadel folgende Ablenkungen erhalten:

bei 3½	Fufs Entfernung der Mitte d. Magnets v. Centrum d. Nadel	0° 15′
„ 3	„ „ „ „ „ „ „ „ „ „	0° 26′
„ 2½	„ „ „ „ „ „ „ „ „ „	0° 39′
„ 2	„ „ „ „ „ „ „ „ „ „	1° 7′
„ 1½	„ „ „ „ „ „ „ „ „ „	2° 15′
„ 1	„ „ „ „ „ „ „ „ „ „	6° 3′
„ ½	„ „ „ „ „ „ „ „ „ „	19° 6′

Dieser viereckige Magnet und der Magnetstab von 8½ Loth Gewicht, 6 Zoll Länge und 8 Secunden Schwingungsdauer sind beinahe gleich stark magnetisch, und man sieht daraus, dafs ein viereckiger Magnet, und daher auch ein Cubus, im Verhältnifs zu seiner Masse die kleinste Ablenkung giebt. Der Grund davon läfst sich aber sehr leicht einsehen, indem bei demselben die beiden Pole sehr nahe liegen.

Die Gröfse der Anziehung der zwei ungleichnamigen Pole zweier Magnete in der Entfernung ist der Gröfse der Abstofsung ihrer gleichnamigen Pole in der Entfernung gleich. Allein so wie sich die Magnete sehr nahe kommen, so treten ganz andere Verhältnisse ein. Wenn die Magnete gleichen Magnetismus, gleiche Form und gleiche materielle Beschaffenheit haben, so stofsen sich dieselben mit ihren ungleichnamigen Polen in jeder Entfernung ab, und bei ihrer Berührung ist die Wirkung = 0, nämlich sie stofsen sich gar nicht ab und verhalten sich ganz indifferent. Bei der Berührung mit den ungleichnamigen Polen ist aber

die Wirkung ein Maximum, indem sich beide Magnete mit der Summe ihrer Kräfte anziehen, wo das halbe Tragvermögen eines einzelnen Magnets seine magnetische Kraft ausdrückt. Besitzen die Magnete bei gleicher Form und gleicher materieller Beschaffenheit verschiedenen Magnetismus, so stofsen sie sich mit ihren gleichnamigen Polen in der Entfernung ab, bei grofser Annäherung gelangt man aber an eine Stelle, wo sich dieselben indifferent verhalten, und wo bei weiterer Annäherung die Abstofsung in Anziehung übergeht und sich beide Magnete bei der Berührung mit der Differenz ihrer Kräfte fortwährend anziehen, und bei der Berührung mit den ungleichnamigen Polen ziehen sie sich mit der Summe ihrer Kräfte an. Haben aber die Magnete bei gleicher Masse verschiedenen Magnetismus und verschiedene materielle Beschaffenheit, ist z. B. der eine sehr weich und der andere sehr hart, so können sie sich bei der Berührung mit ihren gleichnamigenn Polen entweder anziehen oder auch abstofsen, je nach dem Verhältnifs ihrer materiellen Beschaffenheit zu dem Verhältnifs ihrer magnetischen Kräfte, was Alles im Vorhergehenden durch die Versuche nachgewiesen wurde. Der Grund, warum sich zwei Magnete, die sich in der Entfernung abstofsen, bei der Berührung mit ihren gleichnamigen Polen anziehen, ist leicht einzusehen. Jeder Magnet sucht in dem andern die entgegengesetzten Polaritäten hervorzubringen, und der stärker wirkende zieht den schwächer wirkenden mit der Differenz seiner Kraft an; wobei es aber nicht allein auf die Differenz ihrer magnetischen Kräfte, sondern auch auf die Differenz ihrer materiellen Kräfte ankommt. Hiebei ist auch zu merken, dafs der Magnetismus solcher Magnete, wenn sie getrennt werden, wenig verändert wird, und ihr Tragvermögen hernach nur unbedeutend vermindert ist, und man sieht daraus, was es mit der anziehenden und der abstofsenden Kraft der Magnete in der Entfernung und in der Nähe für eine Bewandtnifs hat, und dafs sich nicht alles aus den Kräften allein bestimmen läfst.

Es ist öfter sehr schwierig, auch die einfachsten Thatsachen, die sich aus dem Gesetz des Magnetismus ergeben, ganz rein darzustellen. Legt man eine gewöhnliche Compafs-Nadel von 2 Zoll Breite in die Mitte auf irgend einen Pol eines Magnets von 150 Pfund Tragvermögen, der 3 Zoll breit ist, so kann sie dadurch, wie sich von selbst ergiebt, nicht magnetisch werden. Wird nun die Nadel von dem Magnet weggenommen, so soll sie hernach auch nicht die geringste Spur von Magnetismus zeigen und sich ganz indifferent verhalten. Es ist aber etwas schwierig, dies zu bewerkstelligen. Man mufs dabei die Nadel schnell in senkrechter Richtung und in paralleler Lage mit der Polebene des Magnets abheben und nicht seitwärts abweichen, weil sonst dadurch

das zuletzt folgende Ende der Nadel etwas magnetisirt werden würde. Uns selbst ist dieser Versuch Anfangs nicht gleich gelungen und wir wurden erst durch öftere Wiederholungen auf die dabei begangenen Fehler aufmerksam gemacht. Wir führen dies nur an, um darauf hinzuweisen, von welchen feinen, oft kaum bemerkbaren, Einflüssen die Wirkungen des Magnetismus abhängig sind.

Man hat sich schon früher damit beschäftigt, aus der Ablenkung einer Magnetnadel durch einen Magnetstab ausfindig zu machen, nach welchem Gesetz der Magnetismus in der Entfernung wirkt. Man ist dabei immer auf gewisse Entfernungen gekommen, wo, wenn dieselben grofs, die Ablenkungswinkel daher klein waren, die Cubi der Entfernungen den Tangenten der Ablenkungswinkel proportional waren, wo sich also zeigte, dafs hier die anziehende Kraft des Magnetismus in dem umgekehrten Verhältnifs des Quadrats der Entfernung steht. Bei Verminderung der Entfernung hat man jedoch gefunden, dafs die Ablenkungen nicht mehr nach diesem Gesetz erfolgen, und wir haben im Vorigen auch die Gründe angegeben, warum dies der Fall ist, weil nämlich hier Einwirkungen stattfinden, die nicht mehr von der anziehenden Kraft allein, sondern von vielen veränderlichen Nebenumständen, als der Gröfse des Magnetismus, der Gröfse der Masse, der Länge der Magnetstäbe etc., abhängen. Indem man aber diese veränderlichen und unbestimmten Functionen aus dem Begriff der anziehenden Kraft allein ableiten wollte, ist man auf Irrwege gerathen, die von dem wahren Weg sehr weit abführten. Das Gesetz des Magnetismus und die Art und Weise, wie derselbe wirkt, zeigt, dafs es für die Ablenkungen in grofser und naher Entfernung gar keine allgemeine Gleichung geben kann.

In neuerer Zeit hat man durch Ablenkung einer Magnetnadel vermittelst eines Magnetstabes in grofser Entfernung den Erdmagnetismus auf ein absolutes Maafs bringen und durch eine Zahl bestimmen wollen. Man ist dabei nach den Gesetzen der Dynamik folgendermaafsen verfahren:

Bedeutet t die Schwingungsdauer des Ablenkungsstabes und bezeichnet man das Trägheitsmoment desselben, nachdem es mit $\pi\pi$ multiplizirt und mit g dividirt worden ist, mit C, so ist das von der Erde ausgeübte Drehungsmoment

$$= \frac{C}{t\,t}.$$

Bezeichnet ferner T den Erdmagnetismus und M den Magnetismus des Stabes, so ist

$$T = \frac{C}{t\,t\,.\,M};$$

hiebei ist vorausgesetzt, dafs tt ein von der besonderen Beschaffenheit des Magnetstabes abhängiges Maafs der Stärke des Erdmagnetismus ist. Diese Gleichung rührt von Gaufs her. Allein nach dem, was im Vorigen bewiesen worden ist, bestimmt die Gröfse tt die Stärke des Erdmagnetismus nicht. Dies wäre der Fall, wenn derselbe den Magnetstab im Verhältnifs von V anziehen würde, der Erdmagnetismus zieht aber den Magnetstab nur im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{v^2}}}$ an. Die Gaufsische Formel bestimmt daher nur die mechanische Wirkung, die der Erdmagnetismus auf den Magnetstab hervorbringt, bestimmt aber nichts über die Gröfse des Erdmagnetismus. Es haben daher alle Bestimmungen, die nach diesen Formeln gemacht wurden, einen unrichtigen Werth. Man sieht aber auch, dafs alle mechanischen Vorrichtungen, durch welche man die Wirkung des Erdmagnetismus auf einen Magnetstab bestimmte, ebenfalls falsche Werthe über die Gröfse des Erdmagnetismus geben, weil hier die mechanische Kraft nicht die Gröfse des Erdmagnetismus bestimmt und ausdrückt. Die mechanische Kraft, die man durch einen Magnetstab auf der Drehwaage erhält, ist aber gänzlich verschieden von der magnetischen Kraft, welche die Gröfse des Erdmagnetismus oder des Magnetstabes bestimmt. Allein die unrichtigen Angaben, die man durch die oben angegebenen Formeln erhalten hat, lassen sich nicht einmal auf ihre wahren Werthe reduziren. Denn in der Gleichung

$$t = c_0 \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \cdot \frac{\sqrt[6]{1}}{\frac{1}{\sqrt[12]{v}}}$$

ist c_0 oder die Schwingungsdauer von $\frac{1}{v}$, und daher auch t, von drei Gröfsen abhängig:

erstens von g oder der Gravitation,
zweitens von T oder dem Erdmagnetismus,
drittens von M oder dem Magnetismus des Stabes;

von diesen drei Gröfsen müssen immer zwei bekannt sein, wenn man die dritte finden will.

Ist daher g bekannt, T und M unbekannt, so lassen sich die letzten zwei Gröfsen nicht eine durch die andere aus der Schwingungsdauer bestimmen, und eben so wenig läfst sich aus der Ablenkung der Magnetnadel vermittelst des Magnetstabes etwas über die Gröfse des Erd- und Stabmagnetismus bestimmen; denn bezeichnet man die Ablenkung mit v, das von der Erde auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment (dem für den

Erdmagnetismus festgesetzten Maafse gemäfs) mit m T, und mit F das vom Stabmagnetismus (= M) auf den Nadelmagnetismus (= m) aus der Entfernung ausgeübte Drehungsmoment, so schliefst man, dafs sich die von der Erde auf die Nadel und vom Stabe auf die Nadel ausgeübten Kräfte zu einander verhalten, wie der Cosinus zum Sinus der Ablenkung, und dafs sich die Drehungsmomente m T und F ebenso verhalten, und dafs ist

$$m\,T : F = \cos v : \sin v;$$

allein aus diesem Verhältnifs läfst sich nichts bestimmen, weil sich aus der Gröfse $\frac{C}{t\,t}$ das magnetische Drehungsmoment nicht bestimmen läfst. Aus diesem Grunde mufsten wir zuerst die Gröfse des Magnetismus oder das Tragvermögen eines Magnetstabes aufsuchen, um für die Schwingungsdauer M oder die Gröfse des Stabmagnetismus zu bestimmen, und dadurch konnte erst die Gröfse des Erdmagnetismus für Nürnberg bestimmt werden. Das absolute Maafs oder die Zahl, welche die Gröfse des Erdmagnetismus in der Horizontal-Ebene in Nürnberg bestimmt, ist dafs Tragverhältnifs der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1, weil diese Volumeneinheit, der Stabmagnetismus mag nun stark oder schwach sein, immer gleiches Tragverhältnifs und die Geschwindigkeit = 1 hat. Nun haben wir für diese Volumeneinheit zuerst das Tragverhältnifs von 2350,
hernach den verbesserten Werth von 2415
gefunden, welchen wir von jetzt an gebrauchen werden, der aber nicht vollkommen genau ist, weil es nicht möglich ist, das Tragvermögen eines Magnetstabes vollkommen genau zu bestimmen. Es ist aber die Kenntnifs von dem wirklichen Werthe des Tragverhältnisses von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ in Nürnberg nicht von so grofser Wichtigkeit, aufser dafs man das Tragvermögen eines Magnetstabes aus seiner Schwingungsdauer noch genauer finden würde, als es jetzt der Fall ist. Es drückt daher die Zahl

2415

die Gröfse des Erdmagnetismus in Nürnberg in der Horizontal-Ebene in einem absoluten und in einem bestimmten Maafse aus. Wenn es daher möglich wäre, das Tragvermögen eines Magnetstabes vollkommen genau zu bestimmen, so dürfte man nur dasselbe an einem Orte aufsuchen und aus der Schwingungsdauer würde man sogleich nach den angegebenen Formeln die Gröfse von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$, mithin die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1, daher auch das Tragverhältnifs dieser Volumeneinheit und auch die Gröfse des Erdmagnetismus in einem absoluten und

bestimmten Maafse erhalten, und die Erdmagnetismen verhalten sich alsdann umgekehrt wie Zahlen, welche das Tragverhältnifs von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ausdrücken. Wir wollen dies durch ein Beispiel näher erläutern.

Eine Magnetnadel, die
in Paris in 10 Minuten 245 Schwingungen machte,
machte in Peru in 10 Minuten 211 Schwingungen,
und an beiden Orten hatte die Nadel gleiches Tragverhältnifs. Da man nun nicht weifs, ob die Nadel hinreichende Masse hatte, oder ob sie zu leicht war, so läfst sich auch nicht bestimmen, ob für das Verhältnifs der Erdmagnetismen das Verhältnifs

$$\sqrt{211^3} : \sqrt{245^3}$$

oder

$$211^3 : 245^3$$

stattfindet. Der Erdmagnetismus soll in Paris so grofs wie in Nürnberg sein, folglich hat in Paris $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ das 2415 fache Tragverhältnifs. Die Erdmagnetismen verhalten sich direct wie

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}.$$

Für das Verhältnifs der Erdmagnetismen zwischen Paris und Peru wollen wir das Verhältnifs

$$\sqrt{211^3} : \sqrt{245^3} = 1 : 1{,}2512$$

$$\sqrt{211^3} : \sqrt{245^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

setzen; die log. Differenz von diesem Verhältnifs ist 0,09733; in diesem Verhältnifs ist also in Peru $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ kleiner als in Paris und das Tragverhältnifs von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ in Peru ist daher in diesem Verhältnifs gröfser und beträgt das

3022 fache;

es verhalten sich daher die Erdmagnetismen zwischen Paris und Peru umgekehrt wie die Zahlen oder Tragverhältnisse von

2415 : 3022,

und wie auch der Magnetismus eines Stabes beschaffen sein möge, so hat doch in Peru die Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ immer das 3022fache Tragverhältnifs.

Nach der Gleichung

$$T = \frac{C}{tt \cdot M}$$

ist

$$TM = \frac{C}{tt}$$

allein dieses Drehungsmoment bezeichnet nur den mechanischen Effect, der durch die magnetischen Kräfte des Stabes und der Erde hervorgebracht wird, und bestimmt daher beide Kräfte nicht, weil die Wirkungen derselben im Verhältnifs von $\sqrt[3]{V^2}$ stehen. Die Einheit von $\frac{1}{v}$ und $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$, welche sowohl die Gröfse des Stabes als des Erdmagnetismus bestimmt, kann durch obige Gleichung nicht gefunden werden, und es kann daher durch Ablenkung einer Magnetnadel in grofser Entfernung vermittelst eines Magnetstabes auch weder T noch M bestimmt werden, weil, wie gleich anfangs bewiesen wurde,

$$tt$$

nicht im Verhältnifs zur Gröfse des Stabes und des Erdmagnetismus steht. Einen sehr deutlichen Beweis giebt die Drehwaage, wo die mechanische Kraft ganz verschieden von der magnetischen Kraft der Masse ist, mit deren Vergleichungen wir uns hier nicht aufhalten wollen.

Um daher das Verhältnifs der Erdmagnetismen bestimmen zu können, bleibt nichts anderes übrig, als dafs man ein und denselben Magnetstab an den verschiedenen Orten der Erde schwingen läfst, wobei man aber sein Volumen oder seine Masse kennen mufs, damit man weifs, welches Verhältnifs dabei stattfindet. Hiebei ist es aber nothwendig, dafs der Magnetismus des Stabes unveränderlich bleibe, welches mit der gehörigen Vorsicht immer zu erreichen ist. Um jedoch an einem Orte die Gröfse des Erdmagnetismus in einem absoluten Maafse, nämlich durch das Tragverhältnifs von $\frac{1}{v}$ oder von der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$, zu bestimmen, ist es nothwendig, dafs man das Tragverhältnifs eines Magnetstabes bestimmt, oder denselben in Nürnberg schwingen läfst.

Obgleich der Magnetismus einer Masse derselbe ist, er mag ein Cubus, eine Platte, ein langer und dünner Stab oder ein gewöhnlicher Stab sein, so mufs doch das Tragvermögen dieser verschiedenen Formen sehr verschieden sein, da dasselbe, wie man leicht einsieht, von gewissen Bedingungen abhängig ist, welche anzuführen wir nicht nöthig haben. Man würde daher gar nicht wissen können, dafs diese verschie-

denen Magnete gleich grofsen Magnetismus besitzen, wenn nicht die Gleichung für die Schwingungsdauer den Beweis dafür liefern würde.

Wir gebrauchten bei unseren Versuchen zwei verschiedene magnetische Körper: einen Cubus von $21\frac{1}{4}$ Linien Dicke und dem Gewicht von 42,73 Loth mit einer wirklichen Schwingungsdauer von

15,20 Secunden,

und einen viereckigen Magnet von $21\frac{1}{4}$ Linien Länge und Breite und 15 Linien Dicke mit einer wirklichen Schwingungsdauer von

14,60 Secunden.

Berechnet man nun das Tragvermögen, welches beide Magnete als Stäbe bei gehöriger Länge haben, so hat der erstere an beiden Polen ein Tragvermögen von

11,10 Pfd.,

der letztere ein Tragvermögen von

8,45 Pfd.;

in der viereckigen Form trugen aber beide Magnete an den äufsersten Enden ihrer Pole kaum einen Schlüssel von 2 Loth Gewicht, und 4 bis 6 Linien davon entfernt fast gar nichts. Man würde es daher gar nicht für glaublich halten, dafs die Stäbe und die viereckigen Magnete gleich stark magnetisch sind, wenn man dasselbe nicht aus ihrer Schwingungsdauer beweisen könnte. Dieselbe Bewandtnifs hat es auch mit der Ablenkung einer Magnetnadel mittelst eines viereckigen Magnets und eines langen Magnetstabes. Der viereckige Magnet von $31\frac{3}{4}$ Loth Gewicht hat bei einer Länge von $21\frac{1}{4}$ Linien in einer Entfernung von $3\frac{1}{2}$ Fufs eine Ablenkung der Nadel von $0^\circ\ 15'$ gegeben, während bei fast gleichem Magnetismus bei dem Magnetstab von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht und 72 Linien Länge in derselben Entfernung die Ablenkung $1^\circ\ 12'$ betrug, so dafs also der viereckige Magnet bei einer $3\frac{3}{4}$ mal gröfseren Masse eine 5 mal geringere Ablenkung gegeben hat. Die Magnetismen beider Magnete sind beinahe ziemlich gleich;

bei dem viereckigen Magnet von $21\frac{1}{4}$ Linien Länge ist

$$\log \frac{1}{\sqrt[3]{v}} = 1,18220,$$

bei dem Stabe von 72 Linien ist $\log \frac{1}{\sqrt[3]{v}} = 1,16695.$

Die Versuche haben gezeigt, dafs, wenn bei gleichem Magnetismus ein dicker Magnetstab verlängert wird, die Ablenkung in einem gewissen Verhältnifs zur Länge und in dem umgekehrten Verhältnifs zum Querschnitte gröfser wird, was ganz in der Natur der Sache liegt, denn durch die Verlängerung wird der entgegengesetzte Pol weiter von der

Nadel entfernt, und durch die Verkleinerung des Querschnittes geht die Wirkung des Magnetismus von einem kleineren Raum aus. Man sieht aber, dafs mit allmäliger Zunahme der Länge sich diese Verhältnisse ändern müssen; aber man sieht auch, dafs sich diese Functionen nicht theoretisch aus den anziehenden Kräften bestimmen lassen, sondern durch die Versuche aufgefunden werden müssen. Um daher diese Functionen kennen zu lernen, müfste man aus einem magnetischen Cubus von 32 Loth Gewicht Stäbe, deren Länge von 3 zu 3 Zoll zunimmt und die alle gleich stark magnetisch sein müssen, bis zu der Länge von 36 Zoll verfertigen und damit die Ablenkungen ein und derselben Nadel beobachten, was immer in unserer Gewalt stehen würde. Allein es wurde bewiesen, dafs die Magnetnadeln nach Verhältnifs ihrer Masse, ihrer Länge und ihres Magnetismus verschiedene magnetische Drehungsmomente haben, welche auf die Ablenkungen von entschiedenem Einflusse sind. Man erhält daher durch die oben angegebenen Versuche nur die Functionen für ein und dieselbe Nadel, für andere Nadeln sind dieselben wieder verschieden. Man sieht daher, wie wenig allgemein viele magnetische Functionen sind und warum sie es auch nicht sein können. Es ist daher von Wichtigkeit dies zu wissen, damit man bei den Untersuchungen nicht auf falsche Resultate geräth. Man hat bisher die Wirkungen des Magnetismus allgemein aus den anziehenden Kräften allein ableiten und bestimmen wollen, wodurch man sich aber von der Wahrheit sehr weit entfernt hat. Bei den Erscheinungen des Magnetismus finden vielerlei Einwirkungen statt, welche man vorher kennen und in Rechnung bringen mufs, um die Wahrheit rein und unverfälscht zu erhalten.

Ueber den Magnetismns der Erde.

Da sich eine Magnetnadel nach Norden richtet, die Erde auch einem Eisenstabe in der Richtung der Inclinations-Ebene eine magnetische Anziehungskraft mittheilt, so ist sie selbst ein Mangnet. Je mehr wir daher in der wissenschaftlichen Kenntnifs des Magnetismus und seiner Gesetze vorwärts schreiten, desto mehr werden auch unsere Begriffe über den Erdmagnetismus erweitert. Aufser einem Magnet giebt es bekanntlich noch andere Ursaehen, wodurch sich magnetische Erscheinungen offenbaren. Diese Ursachen mögen aber sein welche sie wollen, so kann es doch keinem Zweifel unterliegen, dafs der Träger des Magnetismus die Erde, oder die Ursache desselben ihre Masse ist. Weil man

gefunden hatte, dafs die Wirkungen des Magnetismus nicht der Masse proportional sind, so stellte man sich vor, dafs das magnetische Fluidum blos über die Oberfläche des Magnets verbreitet sei, und weil, wenn die Körper Cubi oder Kugeln sind, die Oberflächen im Verhältnisse von $\sqrt[3]{V^2}$ stehen, so glaubte man, dafs der Magnetismus blos auf letztern verbreitet sei.

Die Versuche haben gezeigt, dafs ein magnetischer Cubus von 42,73 Loth Gewicht, der als Stab von gehöriger Länge ein Tragvermögen von 11,10 Pfd. hat, an den Enden seiner beiden Pole kaum einige Loth, und 4 bis 6 Linien davon entfernt fast gar nichts trägt, und wenn wir diesen magnetischen Cubus mit einer dünnen Schicht fremdartiger Materie umgeben, so wird an demselben kein Tragvermögen wahrgenommen, und nur vermittelst einer Magnetnadel kann er als Magnet erkannt werden. Wir wissen ferner, dafs, wenn die Masse eines Magnets nicht vollkommen homogen und gleich dicht ist, und wenn sie fremdartige Materien oder Risse enthält, die Nadel von der Indifferenzlinie bis zu den Polen keine regelmäfsige Curve beschreibt, sondern Schwankungen macht und in gleicher Entfernung von den Polen unregelmäfsige und verschiedene Stellungen einnimmt. Wir wissen ferner, dafs, wenn an verschiedenen Stellen eines Magnets die Temperatur verschieden ist, oder wenn an gewissen Stellen electrische Einwirkungen stattfinden, die Stellung der Nadel ebenfalls eine andere Richtung annimmt. Da nun unsere Erde ein Magnet ist und alle diese Einwirkungen in die Masse unserer Erde stattfinden, so sieht man leicht ein, warum die Declinationen und Inclinationen der Magnetnadel nicht an allen Orten im Verhältnifs ihrer geographischen Lage gleich sein können, und warum dieselben sowohl regelmäfsigen als unregelmäfsigen Aenderungen unterworfen sein müssen. Denn die Erde ist kein vollkommen regelmäfsiger Magnet, und es finden auf ihrer Oberfläche immer Aenderungen in der Temperatur statt, und da sie nicht gleich dicht und aus sehr heterogenen Bestandtheilen zusammengesetzt ist, so ändert sich vermöge der Moleculartbätigkeit ihrer Masse, verbunden mit ihrer eigenen Bewegung, auch das Gleichgewicht ihrer Electricitäten. Diese Heterogenität der Masse unserer Erde ist es auch, warum sie nicht zwei einzelne Pole, sondern mehr als solche hat, oder haben kann. Bereits hat man gefunden, dafs eine tägliche bestimmte Variation in der Declination stattfindet, wo die Nadel Vormittags anfängt nach Westen vorzurücken, und Nachmittags wieder zurückgeht; weil nun diese Variation von der Tageszeit abhängt, so rührt sie von dem Stand der Sonne her. Allein diese tägliche Variation, so wie ihre mittlere, ist veränderlich und an verschiedenen Orten der Erde verschieden. Wenn man nun in Betrach-

tung zieht, welchen Einflufs die Sonne auf die Erde hat, und welche Aenderungen in dem Magnetismus durch Aenderung der Temperatur und der Electricität entstehen, so ist es leicht begreiflich, warum diese Variationen nicht constant sein können, sondern Schwankungen unterworfen sein müssen, welche sich nicht allgemein bestimmeu lassen. Der Magnetismus giebt uns daher Beweise von der Thätigkeit der Kräfte im Innern unserer Erde, und giebt uns Aufschlüsse über ihre innere Beschaffenheit, die uns aufserdem unbekannt geblieben wären.

Die Versuche haben gezeigt, dafs ein mit Papier umwickelter Cubus von 42,73 Loth Gewicht, der als Stab von gehöriger Länge ein Tragvermögen von 11,10 Pfund besitzt, kein Tragvermögen äufsert. Wird nun dieser magnetische Cubus in eine Kugel verwandelt, so haben wir ebenfalls eine magnetische Masse, an welcher kein Tragvermögen wahrgenommen wird. Nehmen wir nun eine gröfsere magnetische Kugel, die harte und weiche Stellen, in ihrem Innern Risse, Höhlungen, Anhäufungen von fremdartigen Materien, Adern und Gänge von verschiedenen Materien hat, so wird das Verhalten der Magnetnadel analog mit demjenigen auf unserer Erdkugel sein. Sie wird nach Beschaffenheit der Umstände eine östliche oder westliche Abweichung zeigen, und eben so abweichend wird ihre Inclination sein. Betrachten wir daher die Erde in der unendlichen Verschiedenheit der Zusammensetzung ihrer materiellen Theile und ihrer geologischen Beschaffenheit, verbunden mit den abwechselnden Temperaturänderungen und der in ihr stattfindenden electrischen Thätigkeit in Verbindung mit ihrer eigenen mechanischen Bewegung, so ergiebt sich daraus, warum die magnetischen Abweichungen so mannichfaltig verschieden und veränderlich sind, und dafs daher der tägliche Gang der Magnetnadel, der von von der Tages- und Jahreszeit abhängt, nicht vollkommen regelmäfsig sein kann.

Es wurde aber auch noch ein anderer Gang der Magnetnadel beobachtet, indem man fand, dafs früher die Declination der Magnetnadel in Europa östlich war, dann allmälig = 0 wurde, und alsdann in die westliche Abweichung überging, in welcher sie 150 Jahre lang vorrückte, wo sie alsdann anfing wieder rückgängig zu werden, so dafs jetzt ihre westliche Abweichung fortwährend abnimmt.

In Paris war die Abweichung der Magnetnadel folgendermaafsen:

1580	11° 30′	östlich	1780	19° 55′	westlich
1618	8° 0′	„	1785	22° 0′	„
1663	0° 0′	„	1805	22° 5′	„
1678	1° 30′	westlich	1813	22° 28′	„
1700	8° 10′	„	1814	22° 34′	„
1767	19° 16′	„	1825	22° 17′	„

Diese Angaben sind aus Gehler's physikalischem Wörterbuche entnommen, und sie zeigen, dafs seit 1814 die westliche Abweichung im Abnehmen begriffen ist.

Die Untersuchung über die säculare Abweichung der Magnetnadel ist nun von der gröfsten Wichtigkeit. Es fragt sich nämlich, ob diejenige Eigenschaft unserer Erde, welche Magnetismus genannt wird, nicht auch andern Weltkörpern zukommt, so dafs alle Himmelskörper nach der Art ihrer besonderen Individualität dadurch in Verbindung mit einander stehen und der Magnetismus ein allgemeines Agens in dem Haushalte der Natur ist. Da die Wissenschaft sich nicht auf Vorstellungen oder Vermuthungen gründen darf, so mufs sie Alles aus Thatsachen entnehmen.

Wenn die Himmelskörper magnetische Eigenschaften besitzen, so hat die gröfsere oder geringere Entfernung und ihr Stand gegen einander einen Einflufs, und da hiebei die Aenderungen, die vom Magnetismus der Erde, und diejenigen, welche von den Wirkungen entfernter Körper herrühren, mit einander verbunden sind, so wird die Sache besonders schwierig, aber auch doppelt wichtig.

Hansten folgert aus vielen seiner Messungen, welche er in den Jahren 1819 und 1820 anstellte, dafs die magnetische Intensität im Winter bei der Sonnennähe stärker ist, als im Sommer, und zwar um eine Differenz, welche 0,0359 beträgt; auch soll die Nadel eine Schwächung erleiden, wenn der Mond durch den Aequator geht. Eine Einwirkung des Mondes auf die Magnetnadel ist auch von anderen aufmerksamen Beobachtern bemerkt worden. Nach den Resultaten, welche Kupfer in den Jahren 1825 und 1826 zu Kasan erhielt, erlangt die mittlere Dauer der horizontalen Schwingungen einer Magnetnadel ihr Maximum im September oder October, ihr Minimum im Februar; die täglichen Variationen sind aber im Sommer gröfser als im Winter, und die mittlere Dauer scheint sich in Kasan nicht zu ändern. Auch Dove und Riefs fanden im Jahre 1830 durch dreimonatliche Beobachtungen, dafs ein Zusammenhang zwischen den Declinations- und Intensitäts-Aenderungen stattfindet. Obgleich diese Messungen mit kleinen Magnetstäben gemacht wurden, so weisen sie doch nach, dafs Sonne und Mond einen magnetischen Einflufs auf die Erde haben, der sich daher auch nach ihrem verschiedenen Stand und ihrer Entfernung richten mufs.

Wir wollen nun annehmen, die wirkliche Vergröfserung der magnetischen Intensität hätte um die Differenz von 0,0359 zugenommen, und untersuchen, wie sich dadurch die Erscheinungen ändern. Das Verhältnifs der Intensitäten ist

$$1{,}0000 : 1{,}0359$$

und die log Differenz von diesem Verhältnifs ist 0,01533.
Nun wurde im Vorhergehenden bewiesen, dafs sich das Verhältnifs der magnetischen Intensitäten eben so verhält, wie die Massen oder Volumen, wo bei gleicher Länge die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, und dafs sich diese Massen umgekehrt wie

$$T^3 : t^3$$

verhalten. Zur Vergleichung wollen wir den Magnetstab wählen, den wir pag. 114 berechneten, und wo bei der Länge von 12 Fufs und bei dem Gewicht von

36,285 Pfd.

die magnetischen und Massen-Momente im Gleichgewicht sind, wenn die Intensität des Erdmagnetismus in Nürnberg = 1 ist, hiebei ist seine Schwingungsdauer

64,735 Secunden;

hievon ist der log 1,81182,
der log des Gewichts ist 1,55973.
Wenn nun die Intensität des Erdmagnetismus um die angezeigte Differenz zunimmt, so ist bei derselben Länge für das Gleichgewicht beider Momente das Gewicht des Magnetstabes

37,59 Pfd.;

hievon ist der log 1,57506,
die Schwingungsdauer

64,08 Secunden;

hievon ist der log 1,80670,
und es verhält sich

$$T^3 : t^3 = p : P.$$

Der Erdmagnetismus bewegt aber bei vergröfserter Intensität den Magnetstab bei dem Gewicht von 36,285 Pfd. oder bei jedem beliebigen kleineren Gewicht mit derselben Geschwindigkeit von 64,08 Secunden, und wenn die Magnetstäbe zu leicht sind, so verhalten sich die erdmagnetischen Intensitäten umgekehrt wie

$$T^3 : t^3.$$

Nun wollen wir annehmen, der Magnetstab habe bei demselben Magnetismus und der Intensität des Erdmagnetismus = 1 das Gewicht von 37 Pfd., so ist seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\left(\frac{37}{36,285}\right)}$ gröfser, und dieselbe beträgt

65,26 Secunden;

hievon ist der log 1,81464,
bei vergröfserter Intensität hat er aber die Schwingungsdauer, welche er bei 37,59 Pfd. haben würde, und man kann hier, weil er für die

eine Intensität hinreichende Masse hat, für die andere aber zu leicht ist, aus der Schwingungsdauer kein Verhältnifs der Intensitäten erhalten. Hat aber der Magnetstab bei der Intensität $= 1$ das Gewicht von 38 Pfund, so ist seine Schwingungsdauer im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\left(\frac{38}{36,285}\right)}$ gröfser, und sie beträgt

65,84 Secunden,

wovon der log ist 1,81850,

bei vergröfserter Intensität ist aber die Schwingungsdauer desselben im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\left(\frac{38}{37,59}\right)}$ gröfser, und sie beträgt

64,31 Secunden,

wovon der log ist 1,80827,

und man sieht, dafs sich bei dem Gewicht des Stabes von 38 Pfd., weil er für beide Intensitäten hinreichende Masse hat, die Intensitäten umgekehrt wie

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3}$$

verhalten und denselben Werth geben.

Von den Beobachtungen mit grofsen und vollkommenen Magnetstäben erwarten wir sehr wichtige Aufschlüsse über das Verhalten des Erdmagnetismus. Da wir aber so grofse Magnetstäbe von 12 und 16 Fufs Länge, wie wir sie vorschlagen, noch nicht verfertigt haben, so mufs erst die Erfahrung entscheiden, wie weit man es in der Vollkommenheit solcher Magnetstäbe bringen kann.

Die Beobachtungen haben gezeigt, dafs die Sonne und der Mond einen magnetischen Einflufs auf die Erde ausüben; wenn nun dies der Fall ist, so entsteht die wichtige Frage, ob dieses nicht auch bei andern Himmelskörpern stattfindet und ob nicht der Stand unseres ganzen Planeten-Systems auf die Säcular-Abweichung einen Einflufs hat und dieselbe nicht wieder von einem Systeme höherer Ordnung abhängig ist; aber alles dieses kann nur durch Beobachtungen entschieden werden.

Es ist bewiesen worden, dafs die erdmagnetischen Intensitäts-Verhältnisse an den verschiedenen Orten noch unbekannt sind; werden dieselben auf ihre wahren Werthe zurückgeführt, und wird hiebei auf das Gesetz des Magnetismus und die Art und Weise, wie derselbe wirkt, Rücksicht genommen, so wird auch das Gesetzmäfsige in den magnetischen Erscheinungen auf unserer Erde in ein helleres Licht treten und deutlicher erkannt werden, und es liegt ein weites Feld für künftige Forschungen offen.

Ueber die Vergleichung der Wirkungen der magnetischen und der mechanischen Kräfte.

Weil man eine jede Ursache, die eine Wirkung hervorbringt, Kraft nennt, so spricht man auch bei den magnetischen Erscheinungen von magnetischen Kräften. Die Kräfte an und für sich können nie ein Gegenstand unserer Untersuchungen sein, sondern nur ihre Wirkungen; es sind daher auch im Gegenwärtigen nur die Wirkungen des Magnetismus und das Gesetz, wonach dieselben erfolgen, betrachtet worden. Bisher war man fest überzeugt, dafs, wenn in eine Masse von dem Volumen $= V$, die m Massentheile enthält, wie z. B. bei dem Druck, eine Kraft wirkt, jedem einzelnen Massentheile die Wirkung $\frac{1}{m}$ zukommen müsse, so dafs die Summe der Wirkungen aller Massentheile der Wirkung des Volumens der ganzen Masse gleich sei. Das Gesetz des Magnetismus weist aber nach, dafs die magnetische Wirkung eines Massentheils $= \frac{1}{\sqrt[3]{m^2}}$ und die Summe aller Massentheile $= \sqrt[3]{m^2}$ ist. Die magnetischen und die mechanischen Erscheinungen entspringen daher aus verschiedenen Ursachen und wirken nach verschiedenen Gesetzen, und sie sind als Kräfte unter sich nicht vergleichbar, und auch unter sich incommensurabel. Man kann daher aus der Geschwindigkeit, mit welcher ein Magnetstab schwingt, nicht so, wie in der Mechanik beim Pendel, die Gröfse des Magnetismus bestimmen, sondern es mufs jederzeit die Volumeneinheit aufgesucht werden, in welcher sich in Betreff des Verhältnisses der wirkenden Ursachen oder Kräfte von $\sqrt[3]{V^2}$ zu V aus der Geschwindigkeit $= 1$ eine Vergleichung anstellen läfst. Die Gleichungen

$$\sqrt{\left(\frac{\frac{\mathfrak{T} . \sqrt{2}}{t}}{\sqrt{2}}\right)^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} \qquad \frac{\mathfrak{T} . \sqrt{2} . \sqrt[3]{1}}{t} = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$$

bestimmen dieses Verhältnifs. Es ist aber nur die reduzirte magnetische Schwingungsdauer dieser Volumeneinheit, welche, mit ihrer wirklichen Pendelschwingungsdauer verglichen, die Geschwindigkeit $= 1$ hat, denn die wirkliche magnetische Schwingungsdauer derselben ist im Verhältnifs von 2 gröfser als ihre wirkliche Pendelschwingungsdauer. Da man nun bisher nur Wirkungen kannte, die im Verhältnifs von V, aber nicht im Verhältnifs von $\sqrt[3]{V^2}$ sind, so konnten die angegebenen Gleichungen

auch nicht aus den bekannten Gesetzen der Dynamik aufgefunden werden. Dieselben sind unmittelbar durch das Gesetz des Magnetismus gegeben, und wurden auch nur durch dasselbe gefunden.

Die magnetischen und die mechanischen Kräfte oder die magnetischen und mechanischen Wirkungen lassen sich nicht unmittelbar mit einander vergleichen und die einen aus den andern bestimmen, wenn nicht eine Einheit vorhanden ist, aus welcher das Verhältnifs ihrer Wirkungen abgeleitet werden kann. Wir wollen uns hier mit den magnetischen Wirkungen im Verhältnifs zu den mechanischen, welche man auf der Drehwaage erhält, nicht aufhalten, da dies nach den gegebenen Formeln für die verschiedenen Drehungsmomente der Magnete eine gewöhnliche mathematische Aufgabe ist und die Untersuchungen darüber sehr weitläufig ausfallen.

Für die Attractionskraft unserer Erde haben wir einen bestimmten Begriff durch die Fallhöhe in einer Secunde, oder durch die Länge des einfachen Secundenpendels, oder auch durch den Druck, den ein und dasselbe Massen-Volumen ausübt. Für die magnetische Anziehungskraft fehlte aber bis jetzt dieser bestimmte Begriff gänzlich. Denn weil dieselbe nicht alle magnetische Korper mit derselben Stärke, sondern nur im Verhältnifs der Gröfse ihres Magnetismus anzieht, so konnte ein allgemeiner Begriff und ein allgemeiner Ausdruck für die Gröfse der anziehenden Kraft des Erdmagnetismus nicht aufgefunden werden. Die Versuche haben jedoch gezeigt, dafs bei unverändertem Erdmagnetismus an ein und demselben Orte die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ immer ein und dasselbe Tragverhältnifs hat, und dafs dieses Tragverhältnifs von der Gröfse des Magnetismus der Masse unabhängig ist. Für Nürnberg fanden wir zuerst den Werth von

2350,

hernach den verbesserten Werth von

2415,

und wir haben dadurch einen eben so bestimmten Begriff und Ausdruck für die Gröfse des Erdmagnetismus in Nürnberg, als wir für die Gröfse der Attraction daselbst durch die Bestimmung von der Länge des einfachen Secundenpendels; denn der Magnetismus eines Stabes oder sein Tragverhältnifs mag grofs oder klein sein, so hat doch $\frac{1}{v}$ oder die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ jederzeit in Nürnberg das

2415 fache

Tragverhältnifs und $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ bestimmt die Gröfse des Magnetismus des Sta-

bes, weil man solgeich durch den Werth von $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$ das Tragverhältnifs desselben erhält. Wenn nun der Erdmagnetismus kleiner oder gröfser ist als in Nürnberg, so bewegt er alle Magnete langsamer oder schneller als daselbst, und die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 ist daher gröfser oder kleiner als in Nürnberg, und die Erdmagnetismen verhalten sich direct wie die Cubikwurzeln dieser Volumeneinheiten und wie

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

da aber alle Magnetstäbe von gleichem Magnetismus an allen Orten bei gleicher Schwere oder Attraction gleiches Tragverhältnifs haben, so wird in dem Verhältnifs, als $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ kleiner wird, das Tragverhältnifs von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ grösser, und in dem Verhältnifs, als $\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}}$ gröfser wird, wird das Tragverhältnifs von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ kleiner und die Erdmagnetismen stehen daher in dem umgekehrten Verhältnifs zu den Tragverhältnissen der Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit = 1. Es wird daher die Gröfse des Erdmagnetismus durch die Cubikwurzeln derjenigen Volumeneinheiten bestimmt, welche bei der Geschwindigkeit = 1 an ein und demselben Orte immer gleiches Tragverhältnifs haben, und welche daher immer im Verhältnifs zur Gröfse des Magnetismus der Masse stehen. Man sieht aber, dafs die Gröfse des Magnetismus der Masse nur aus ihrem Tragverhältnifs bestimmt, und nicht durch die Ablenkung einer Magnetnadel vermittelst eines Magnetstabes aufgefunden werden kann, weil sich das Tragverhältnifs von der Geschwindigkeit = 1 nur aus dem Tragverhältnifs des Magnetstabes bestimmen läfst. Wenn sich nun in Nürnberg die Gröfse des Erdmagnetismus ändert, so kann diese Aenderung nur durch einen Magnetstab aufgefunden werden, der dieselbe Schwingungsdauer hat, mit welcher die Gröfse des Erdmagnetismus 1 = oder die Volumeneinheit von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$, welche das

2415 fache

Tragverhältnifs hatte, bestimmt worden ist, und mit einem Stabe von anderer Schwingungsdauer würde dieses nicht ermittelt werden können. Denn mit Aenderung des Erdmagnetismus ändert sich die Gröfse $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ und

wenn sich der Stabmagnetismus ändert, so ändert sich $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ebenfalls, und man sieht, warum sich hier aus der Schwingungsdauer des Magnetstabes vermittelst der Ablenkung einer Magnetnadel nichts bestimmen läfst. Die Aenderung des Erdmagnetismus würde sich nur dann bestimmen lassen, wenn das Tragverhältnifs des Magnetstabes bekannt ist, weil man alsdann die Gröfse $\frac{1}{\mathfrak{v}}$, welche die Aenderung des Erdmagnetismus bestimmt, erhält. Dies beweist klar, dafs man nur mit ein und demselben Magnetstabe, dessen Schwingungsdauer unveränderlich bleibt, das Verhältnifs der erdmagnetischen Intensitäten bestimmen kann, wobei man auch auf das Gewicht des Magnetstabes Rücksicht zu nehmen hat.

Für den Werth, welchen die Gröfse des Erdmagnetismus $= 1$ in der Horizontal-Ebene bestimmt, haben wir durch die Versuche die Zahl

$$2415$$

gefunden. Allein diese Zahl, welche für die Gröfse des Erdmagnetismus $= 1$ das Tragverhältnifs von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ausdrückt, ist nicht genau richtig, und wir haben es nicht der Mühe werth gefunden, dasselbe durch Jahre lange Versuche und grofse Kosten noch genauer zu bestimmen, weil es ganz unmöglich ist, das Tragverhältnifs eines Hufeisenmagnets und noch viel weniger das eines Magnetstabes vollkommen richtig zu bestimmen, und weil man dabei immer die Dichtigkeit der Masse eines jeden Magnetstabes, die bei dem Stahl verschieden ist, bestimmen müfste. Wie man aus den Versuchen sehen wird, haben wir für diese Zahl einen Werth gewählt, der in Nürnberg für den Erdmagnetismus $= 1$ etwas zu klein ist, damit man überzeugt sein kann, dafs das Tragverhältnifs eines Magnetstabes, was man aus seiner Schwingungsdauer erhält, etwas kleiner als sein wirkliches ist, weil man bis jetzt nicht vermuthete, dafs die Magnetstäbe im Verhältnifs zu ihrer Schwingungsdauer ein so grofses Tragvermögen besitzen können und die Darstellung des Tragvermögens der Magnetstäbe mit solchen Schwierigkeiten verbunden ist, dafs dieselbe nicht Jedermanns Sache sein kann.

Es hat aber auch die mathematisch genaue Bestimmung des Tragverhältnisses der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit $= 1$ in Nürnberg für den Erdmagnetismus $= 1$ auf die Wissenschaft keinen besondern Einflufs, wenn nicht denjenigen, dafs man dadurch das Tragvermögen eines Magnetstabes aus seiner Schwingungsdauer in Nürnberg noch genauer bestimmen könnte, als es jetzt der Fall ist. Weil aber die Zahl

$$2415$$

einen bestimmten Begriff und Ausdruck für den Erdmagnetismus $= 1$

in Nürnberg enthält, so ist dieselbe insofern von Wichtigkeit, als man dadurch das Tragverhältnifs eines Magnetstabes aus seiner Schwingungsdauer findet. Wenn man nun an einem Orte, wo der Erdmagnetismus anders ist als in Nürnberg, dies wissen will, so mufs man entweder das Tragverhältnifs eines Magnetstabes daselbst durch die Versuche bestimmen, wo man alsdann aus den Gleichungen

$$\sqrt{\left(\frac{\frac{\mathfrak{T} . \sqrt{2}}{t}}{\sqrt{2}}\right)^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} \qquad \frac{\mathfrak{T} . \sqrt{2} . \sqrt[3]{1}}{t} = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}}$$

das Tragverhältnifs von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ findet, oder man mufs denselben in Nürnberg schwingen lassen, wo alsdann aus der Schwingungsdauer an beiden Orten das Verhältnifs der Erdmagnetismen von

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

und dadurch auch die Zahl gefunden wird, welche an diesem Orte das Tragverhältnifs bestimmt. Aus den obigen Gleichungen ergiebt sich wohl die Gröfse von der Geschwindigkeit $= 1$ oder von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$, inwiefern aber diese Gröfse von der Stärke des Erdmagnetismus und der magnetischen Kraft der Masse bestimmt wird, ergiebt sich nicht daraus, und aus der Schwingungsdauer lassen sich nicht beide Gröfsen zugleich bestimmen. Von beiden Kräften mufs immer eine bestimmt sein, wenn die andere bestimmt werden soll. Die magnetische Kraft der Masse und die Stärke des Erdmagnetismus, mit welcher er in dieselbe wirkt, wird aber durch das Tragverhältnifs des Stabes bestimmt, und dieses mufs bekannt sein, wenn man beide Gröfsen bestimmen will, und man sieht, warum sich aus der Schwingungsdauer eines Magnetstabes vermittelst der Ablenkung einer Magnetnadel nichts über die erd- und stabmagnetischen Kräfte bestimmen läfst.

Die Versuche zeigen, dafs bei gleichem Magnetismus und gleicher Masse kurze und dicke Magnetstäbe, daher auch Cubi und Kugeln, ein geringeres Tragvermögen äufsern und auch eine kleinere Ablenkung an einer Magnetnadel geben, als wenn sie in Stäbe von gehöriger Länge verwandelt werden.

Ein Magnetstab von 8½ Loth Gewicht und 72 Linien Länge mit einer Schwingungsdauer von

8 Secunden

gab an einer 11 Zoll langen Magnetnadel folgende Ablenkungen:

bei $3^1/_2$ Fufs Entfernung ihrer Mittelpunkte 1° 12′
„ 3 „ „ „ „ 1° 40′
„ $2^1/_2$ „ „ „ „ 3° 3′
bei einem viereckigen Magnet von $31^3/_4$ Loth Gewicht und $21^1/_4$ Linien Länge und der wirklichen Schwingungsdauer von

14,60 Secunden

wurden an derselben Nadel folgende Ablenkungen erhalten:
bei $3^1/_2$ Fufs Entfernung ihrer Mittelpunkte 0° 15′
„ 3 „ „ „ „ 0° 26′
„ $2^1/_2$ „ „ „ „ 0° 39′
bei beiden Magnetstäben waren die Pole senkrecht auf die Mitte der Nadel gerichtet. Der Magnetismus des Stabes von $8^1/_2$ Loth Gewicht verhält sich zu dem des viereckigen Magnets von $31^3/_4$ Loth Gewicht wie

10000 : 9722;

da die Ablenkungswinkel nur bis auf 3 bis 4 Minuten bestimmt werden konnten, so nahmen wir beide als gleich grofs an. Wir werden nun aus dem Gesetz des Magnetismus die Functionen der Masse und Länge, die dabei stattfinden, bestimmen. Aus dem Gesetz des Magnetismus folgt, wie es die Versuche zeigten, dafs die Ablenkungen, welche von der Gröfse der Masse abhängen, im Verhältnifs von $\sqrt[3]{p^2}$ sind. Geben wir nun dem viereckigen Magnet von $31^3/_4$ Loth das Gewicht von $8^1/_2$ Loth und dividiren wir die Tangenten seiner Ablenkungswinkel durch das Quadrat der Cubikwurzel dieses Quotienten, so erhalten wir dadurch die Ablenkungswinkel an der Nadel, welche er bei dem Gewicht von $8^1/_2$ Loth gegeben haben würde.

Der log von dem Gewicht von $31^3/_4$ Loth ist		1,50174,
ab log des Gewichts von $8^1/_2$ Loth		0,92942,
		0,57232,
log von dem Quotienten $\sqrt[3]{p^2}$		0,38154,
der log der Tangente von 0° 15′ ist	7,63982,	
ab log	0,38154,	
	7,25828,	= 0° 6′ 11″
der log der Tangente von 0° 26′ ist	7,87870,	
ab log	0,38154,	
	7,49716,	= 0° 10′ 50″
der log der Tangente von 0° 39′ ist	8,05480,	
ab log	0,38154,	
	7,67326,	= 0° 16′ 10″

Diese Ablenkungen giebt also der Magnet bei dem Gewicht von $8^1/_2$ Loth und $21^1/_4$ Linien Länge. Dasselbe mufs aber auch noch bewiesen werden.

Bei dem Gewicht von $8^1/_2$ Loth und der Länge von 72 Linien ist der log der Ablenkungswinkel der Nadel von 1° 12′ 8,32112,
bei dem Gewicht von $8^1/_2$ Loth und $21^1/_4$ Linien Länge ist der log der Tangente der Ablenkungswinkel der Nadel 0° 6′ 11″ 7,25828,

1,06284,

dieser log giebt das Verhältnifs von

11,557,

um welches die Tangente der Ablenkungswinkel durch die Länge vergröfsert wird. Dieses Verhältnifs mufs auch bei den andern Ablenkungen stattfinden;

es ist log Tangente von 1° 40′	8,46384,	
ab log	1,06286,	
	7,40100,	= 0° 9′ –
log Tangente von	8,72658,	
ab log	1,06284,	
	7,66374,	= 0° 16′ –

welches die obigen Werthe sind, und es zeigt sich, dafs die Ablenkungswinkel im Verhältnifs des Quadrats der Länge vergröfsert werden. Denn es ist

log von 72 Linien	1,85733,
log von $21^1/_4$ Linien	2,32735,
	0,52998,
log der Vergröfserung der Ablenkung im Verhältnifs des Quadrats der Länge	1,05996,

welcher log das Verhältnifs

11,48

giebt. Wird der viereckige Magnet von $21^1/_4$ Linien Länge in einen Cubus verwandelt, so wiegt er statt $31^3/_4$ Loth 49,20 Loth und er bewirkt dadurch eine Ablenkung, die im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\left(\frac{49,20}{31^3/_4}\right)^2}$ gröfser ist, welche bei $3^1/_2$ Fufs Entfernung 0° 20′ 30″ beträgt, wovon der log der Tangente 7,76662 ist, die Ablenkung des Stabes von $8^1/_2$ Loth und 72 Linien Länge nimmt bei dem Gewicht von 49,20 Loth im Verhältnifs von $\sqrt[3]{\left(\frac{49,20}{8^1/_2}\right)^2}$ zu und

sie beträgt statt	1° 40′ —
bei der Entfernung von 3½ Fuſs nun	3° 54′ 30″
wovon der log der Tangente	8,82946

ist und es verhalten sich bei gleicher Masse und der Länge von 21¼ Linien und 72 Linien die Ablenkungen beider Magnete wie die Quadrate ihrer Längen. Wird daher ein magnetischer Cubus in einen Stab verwandelt, so nimmt die Wirkung auf die Ablenkung einer Magnetnadel im Verhältniſs der Quadrate der Länge zu. Allein diese Function kann nicht beständig sein, dieses Verhältniſs muſs eine gewisse Grenze haben, und die Wirkungen der magnetischen Kräfte sind so mannigfaltig verschieden, daſs sie nicht wie die mechanischen so allgemeinen Bestimmungen unterliegen, sondern daſs immer mehrere Nebenzustände dabei in Betrachtung gezogen werden müssen. Aus dem bisherigen sieht man, daſs die Zahlen, wornach man den Erdmagnetismus in einem absoluten Maſse ausdrücken wollte, einen ganz unrichtigen Werth geben. Wenn man daher annimmt, daſs, um aus der Entfernung eines Meters eine gleiche Ablenkung der Magnetnadel hervorzubringen,

in Göttingen	die Kraft von 1775	Magnetstäben
„ München	„ „ „ 1905	„
„ Mailand	„ „ „ 2018	„

vereinigt werden müssen, so nimmt man etwas falsches an, weil die Kraft dieser Stäbe nicht ihrer Anzahl, sondern nur dem Quadrat der Cubikwurzel derselben proportional ist, und man hat die magnetischen und die mechanischen Kräfte hiebei als vergleichbar angenommen. Miſst man die mechanische Kraft, welche der Erdmagnetismus durch die Drehung eines Magnetstabes hervorbringt, so steht die Wirkung in keinem solchen Verhältniſs, daſs sich daraus unmittelbar etwas bestimmtes auf die erdmagnetische Kraft schlieſsen lieſse. Wir haben aus den Versuchen nachgewiesen, daſs die ablenkende Kraft genau ihrer magnetischen Kraft proportional ist, aber diese magnetische Kraft steht in einem ganz anderen Verhältniſs zu den magnetischen Kräften, als wie zu den mechanischen. Es geben daher die Gauſsischen Formeln lauter unrichtige Werthe, und die wahren Werthe können nach denselben gar nicht aufgefunden werden.

Es wurde bewiesen, daſs die erdmagnetischen Intensitätsverhältnisse an den verschiedenen Orten noch unbekannt sind, und daſs sie erst von Neuem bestimmt werden müssen. Dieſs kann aber nur vermittelst ein und derselben Magnetstäbe geschehen, die man bei unveränderlichem Magnetismus an den verschiedenen Orten schwingen läſst. Wir schlagen hiezu Stäbe von 6 Zoll Länge und 5 bayerische Loth schwer vor, die

aber glashart sein müssen und deren Schwingungsdauer nicht über 6 Secunden sein soll. Ob die Form dieser Stäbe zylindrisch oder ob ihr Querschnitt quadratisch ist, ist ganz gleichgiltig, auch können sie flach sein, nur soll ihre Dicke nicht viel weniger als die Hälfte ihrer Breite betragen. Diese Stäbe müssen nun mit grofser Genauigkeit verfertiget werden. Die Permanenz ihres Magnetismus mufs wenigstens durch die Versuche während 14 Tage als unveränderlich erprobt, und die Correction für die Aenderung der Lufttemperatur bekannt sein. Anstatt eines Magnetstabes nehme man aber zwei, um die Beobachtungen noch genauer zu erhalten. Diese Magnetstäbe müssen aber auf der Reise mit der gröfsten Vorsicht behandelt werden; sie müssen sorgfältig in Baumwolle verpackt sein, dürfen einander nicht nahe gebracht, oder auf Eisen gelegt werden, und man darf sie nicht fallen lassen oder erschüttern. Auch sollen sie nicht durch das Halten in der Hand erwärmt werden; daher es gut, wenn gleich nicht unumgänglich nothwendig ist, wenn man bei ihrem Anfassen Handschuhe anlegt.

Ueber die Schwingungsdauer der Magnetstäbe von verschiedener Masse, Länge und Magnetismus in der Inclinationsebene konnten wir keine Versuche anstellen, da sich denselben fast unüberwindliche Schwierigkeiten darbieten. Wir werden jedoch in einem speziellen Falle etwas länger dabei verweilen. Mit einem sehr mangelhaften Branderischen Inclinatorium machten wir, so gut es damit gehen wollte, folgenden Versuch:

Die Länge der Nadel war	118 franz. Linien
ihr Gewicht	250 bayr. Gran oder 1 Loth 10 Gran
sie machte 10 Schwingungen	
in der Inclinations-Ebene in	30,75 Secunden
in der Richtung von Ost und West in	32 „
und in der Horizontal-Ebene in	50 „

mit dieser Nadel wurde der Inclinations-Winkel zu

67° 45′

befunden.

Läfst man ein und dieselbe Nadel in drei aufeinander senkrechten Ebenen schwingen, und bedeutet m die Schwingungszeit der Nadel in der Inclinationsebene, p diejenige in der Richtung von Ost und West, und h die Zeit einer gleichen Anzahl horizontaler Schwingungen, so erhält man

$$\frac{m^2}{p^2} = \text{Sin } i, \ \frac{m^2}{h^2} = \text{Cos } i \text{ und } \frac{h^2}{p^2} = \text{Tang } i$$

die erste Methode rührt von la Place her und wird desto genauer, je geringer die Neigung ist, die zweite, von Sabine ausgeführt, ist in

hohen Breiten zu empfehlen, die dritte, von Coulomb vorgeschlagene, paſst am besten für mittlere Breiten. Wir bedienen uns der dritten Gleichung;

es ist daher log h von 50 = 1,69897
log p „ 32 = 1,50515

0,19382

0,38764 = 67° 44′

welches den Neigungswinkel der Nadel angiebt. Es giebt hier also das Verhältniſs der Quadrate der Zeiten die Neigung an. Mit welcher Stärke aber der Erdmagnetismus in den beiden senkrechten Ebenen auf den Magnetstab wirkt, läſst sich so lange aus der Function Zeit nicht bestimmen, als man aus der Schwingungsdauer in denselben nicht das Tragverhältniſs des Magnetstabes, und daher die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit = 1 bestimmen kann. Die Inclinationsnadeln haben alle sehr wenig Gewicht, so daſs sie für die Schwingungsdauer in der Horizontalebene zu leicht sind und ihre Masse daher gleichgiltig ist. Das Gewicht der angezeigten Inclinationsnadel, die 1 Loth 10 Gran wiegt, kann wenigstens bis auf 8 Loth zunehmen, ehe sie in der Horizontalebene ihre Schwingungsdauer ändert. Wenn nun diese Nadel 12 Loth wiegen würde, so weiſs man wohl ihre Schwingungsdauer in der Horizontalebene, wie bei diesem Gewicht aber ihre Schwingungsdauer in den beiden Vertikalebenen beschaffen ist, ist unbekannt, und läſst sich auch aus dem Verhältniſs der Schwingungsdauer der Nadel in den drei senkrechten Ebenen nicht bestimmen, weil ihre Masse hier gleichgiltig ist. In den beiden Vertikalebenen sind die Schwingungen schneller als in der Horizontalebene, und es muſs daher bei denselben das Verhältniſs der magnetischen Momente zu den Massenmomenten bekannt sein, wenn man etwas aus der Schwingungsdauer in diesen drei auf einander senkrechten Ebenen bestimmen will. Wir sind nicht einmal im Stande den Magnetismus der angezeigten Inclinationsnadel genau anzugeben. Die horizontale Schwingungsdauer derselben betrug 5 Secunden, und sie ist daher zu ihrer Länge von 118 Linien ziemlich kurz, allein ihre beiden Enden liefen in anderthalb Zoll lange schmale Spitzen aus, und das Trägheitsmoment ihrer Masse ist daher geringer als bei einem gewöhnlichen Stab.

Das Verhältniſs der magnetischen Momente zu den Massenmomenten in den drei senkrecht aufeinander stehenden Ebenen kann weder aus den Lehren der Dynamik, ja nicht einmal aus unsern bisherigen Versuchen bestimmt nachgewiesen werden, sondern man muſs dasselbe direct durch die Versuche auffinden. Wenn man daher fünf Inclinations-

stäbe von 12 Zoll Länge und 2, 4, 8, 12, 16 Loth Gewicht, und **von gleichem Magnetismus**, besitzt, so erhält man aus ihrer Schwingungsdauer in den drei senkrecht aufeinander stehenden Ebenen die erforderlichen Gröfsen und vermöge der Kenntnifs des magnetischen Gesetzes lassen sich daraus die magnetischen Momente leicht bestimmen. Eine andere Frage aber ist es, ob man solche Inclinationsstäbe, welche die Werthe hinlänglich genau angeben, verfertigen kann, und hierüber kann nur die Erfahrung entscheiden.

Wir haben uns mit Verfertigung von Inclinationsstäben, die uns Jahre lang aufgehalten und von andern Versuchen abgehalten haben würden, nicht beschäftiget. Die Versuche mit denselben sind aber für die Wissenschaft von hoher Bedeutung, indem sie über die Art und Weise, wie der Erdmagnetismus in die magnetische Masse wirkt, viel Licht verbreiten, und wir müssen sie daher einer vorzüglichen Beachtung dringend empfehlen.

Schliefsliche Zusammenstellung der wichtigsten magnetischen Functionen.

Bei dem Studium des Magnetismus ist die Kenntnifs der magnetischen Functionen eben so nothwendig als wie in der Mechanik die Kenntnifs der trigonometrischen Functionen, und wir werden daher die wichtigsten derselben hier zusammenstellen.

Wenn magnetische Würfel von **gleichem Magnetismus** verschiedene Volumen haben, so verhält sich nach p. 64

$$t : T = \sqrt[18]{v^7} : \sqrt[18]{V^7}$$

$$\sqrt[7]{t^6} : \sqrt[7]{T^6} = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

bei Magnetstäben von **gleichem Magnetismus und gleicher Länge aber von verschiedenen Volumen** verhält sich nach p. 64

$$t : T = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

$$T : t = n : N$$

$$t^2 : T^2 = z : Z$$

bei magnetischen Würfeln **von verschiedenen Volumen aber von gleichem Tragverhältnifs** verhält sich nach p. 65

$$t : T = \sqrt[6]{v} : \sqrt[6]{V}$$

$$t^2 : T^2 = c_0^2 : C_0^2$$

$$t^2 : T^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$t^6 : T^6 = z : Z$$

bei Magnetstäben von gleicher Länge und von verschiedenen Volumen aber von gleichem Tragverhältnifs verhält sich nach p. 65

$$t : T = \sqrt[9]{v} : \sqrt[9]{V}$$
$$t^9 : T^9 = z : Z$$
$$t^3 : T^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$
$$t^3 : T^3 = c_0^2 : C_0^2$$

bei allen Magneten von verschiedenen Volumen, welche gleiches Tragverhältnifs besitzen, verhalten sich die Tragvermögen wie die Volumen und sie haben eine gleiche Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$

bei Magnetstäben von gleicher Länge und gleichen Volumen aber von verschiedenem Magnetismus verhält sich nach p. 65

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{v}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$
$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = c_0^2 : C_0^2$$
$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = n : N$$
$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = z : Z$$
$$\frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}} = \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

bei diesen Magneten verhält sich die Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ zu $\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}$ umgekehrt wie die Cuben ihrer Magnetismen.

Wenn bei Magneten von gleicher Länge aber von verschiedenen Volumen ihre magnetischen Massenmomente im Gleichgewicht sind, so sind auch ihre Magnetismen verschieden u. es verhält sich nach p. 91

$$\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[9]{V}} = \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[6]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$
$$\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}}} = \sqrt[9]{v} : \sqrt[9]{V}$$
$$\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^2}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}^2}} = n : N$$
$$\frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}^5}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}^5}} = z : Z$$
$$\sqrt[9]{v} : \sqrt[9]{V} = \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[6]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$
$$\sqrt[9]{v^2} : \sqrt[9]{V^2} = n : N$$
$$\sqrt[9]{v^5} : \sqrt[9]{V^5} = z : Z$$

$$\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{B}}}} : \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} = n : N$$

$$\sqrt[6]{\frac{V^5}{\frac{1}{\mathfrak{B}}}} : \sqrt[6]{\frac{v^5}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}} = z : Z$$

ferner verhält sich

$$T : t = \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{B}}}} : \sqrt[6]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$T : t = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}}$$

$$T : t = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

$$T^2 : t^2 = n : N$$

$$T^5 : t^5 = z : Z$$

$$T^3 : t^3 = c_0^2 : C_0^2$$

$$c_0^2 : C_0^2 = v : V$$

$$c_0^2 : C_0^2 = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{B}}}} : \sqrt{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\sqrt[3]{c^2} : \sqrt[3]{C^2} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{B}}}$$

$$\sqrt[3]{c_0^4} : \sqrt[3]{C_0^4} = n : N$$

$$\sqrt[3]{c_0^{10}} : \sqrt[3]{C_0^{10}} = z : Z$$

bei diesen Magnetstäben verhalten sich die Quadrate der Volumen der Magnete umgekehrt, als wie die Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ es verhält sich nämlich

$$v^2 : V^2 = \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{B}}} : \frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$$

die Quadrate der Volumeneinheiten von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ verhalten sich umgekehrt aber wie die Cubi der Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ es verhält sich nämlich

$$\frac{1}{\mathfrak{B}^2} : \frac{1}{\mathfrak{v}^2} = \frac{V^3}{\frac{1}{\mathfrak{B}^3}} : \frac{v^3}{\frac{1}{\mathfrak{v}^3}}$$

und die Cubi der Volumen der Magnete verhalten sich directe als wie die Volumeneinheiten von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ es verhält sich nämlich

$$v^3 : V^3 = \frac{1}{\mathfrak{v}} : \frac{1}{\mathfrak{V}}$$

Wenn bei Magnetstäben von gleichem Volumen und von verschiedener Länge ihre magnetischen und Massen Momente im Gleichgewicht sind, so sind auch ihre Magnetismen verschieden, und es verhält sich nach p. 103

$$L : l = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{V}}}$$
$$L : l = c_0 : C_0$$
$$L : l = \sqrt{n} : \sqrt{N}$$
$$l : L = \sqrt[3]{t^2} : \sqrt[3]{T^2}$$
$$l^3 : L^3 = t^2 : T^2$$
$$\sqrt[3]{T^2} : \sqrt[3]{t^2} = c_0 : C_0$$
$$\sqrt[3]{T^2} : \sqrt[3]{t^2} = \sqrt{n} : \sqrt{N}$$
$$\sqrt[3]{T^2} : \sqrt[3]{t^2} = \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[6]{\mathfrak{V}}}$$

bei diesen Stäben verhalten sich die Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ directe wie die sechsten Potenzen der Länge; es verhält sich nämlich

$$l^6 : L^6 = \frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}} : \frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$$

Von den drei Gröfsen, Attraction, Stabmagnetismus und Erdmagnetismus müssen immer zwei bekannt sein, wenn die dritte bestimmt werden soll. Es wurde p. 92 bewiesen, dafs bei unveränderter Gravitation und unverändertem Stabmagnetismus das Verhältnifs der Erdmagnetismen durch das directe Verhältnifs der Volumen bestimmt wird, wo bei Magnetstäben von gleicher Länge die magnetischen Massen Momente im Gleichgewicht sind. Pag. 161 wurde bewiesen, dafs bei unverändertem Stab- und Erdmagnetismus das Verhältnifs der verschiedenen Attractionen durch das umgekehrte Verhältnifs der Volumen bestimmt wird, wo bei gleicher Länge der Magnetstäbe die magnetischen und die Massen Momente im Gleichgewicht sind. Es ergeben sich daher nach p. 91 für die Functionen des Erdmagnetismus, und nach p. 161 für die Functionen der Attraction folgende Verhältnisse für dieses Gleichgewicht.

Functionen der Erdmagnetismen:

$$T : t = \sqrt[3]{m} : \sqrt[3]{M}$$

$$T : t = \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[9]{\mathfrak{V}}}$$

$$T : t = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

$$T^3 : t^3 = v : V$$

$$T^3 : t^3 = m : M$$

$$T^3 : t^3 = c_0^2 : C_0^2$$

Functionen der Attractionen:

$$T : t = \frac{1}{\sqrt[6]{g}} : \frac{1}{\sqrt[6]{G}}$$

$$t : T = \frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[18]{\mathfrak{V}}}$$

$$t : T = \sqrt[6]{v} : \sqrt[6]{V}$$

$$t^6 : T^6 = v : V$$

$$T^6 : t^6 = g : G$$

$$t^6 : T^6 = c_0^2 : C_0^2$$

Weil sich nun bei diesen Stäben durch Verminderung ihres Volumens ihre Schwingungsdauer nicht ändert, so sind dieses auch die Functionen für Stäbe, welche bei gleichem Gewicht und gleicher Länge, an den Orten, wo sie schwingen, zu leicht sind. Haben aber die Magnetstäbe bei gleichem Gewicht und gleicher Länge hinreichende Masse, so erhalten wir folgende Functionen

Functionen der Erdmagnetismen:

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = m : M$$

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = c_0^2 : C_0^2$$

Functionen der Attractionen:

$$t^6 : T^6 = g : G$$

$$T^6 : t^6 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$T^6 : t^6 = c_0^2 : C_0^2$$

und bei der Attraction sind die hier unten angegebenen Functionen der Zeiten die umgekehrten von den Obigen.

Aus obigen Functionen ergiebt sich folgendes:

Hat der Erdmagnetismus ein doppelt so grofses Volumen zu bewegen, so nimmt die Schwingungsdauer im Verhältnifs von

$$\sqrt[3]{2}$$

zu; hat derselbe aber das einfache Volumen bei doppelt so grofser Attraction zu bewegen, so nimmt die Schwingungsdauer nur im Verhältnifs von

$$\sqrt[6]{2}$$

zu.

Es wurde p. 103 bewiesen, dafs bei unveränderlichem Volumen sich das Verhältnifs der Erdmagnetismen durch das umgekekrte Verhältnifs der Quadrate der Längen bestimmen läfst, wo die magnetischen und die Massenmomente im Gleichgewicht sind, und p. 159 wurde bewiesen, dafs das Verhältnifs der Gravitationen sich durch das directe Verhältnifs der Quadrate der Längen bestimmen läfst, wo die magnetischen und die Massenmomente im Gleichgewicht sind. Dafür ergeben sich folgende Functionen:

Functionen der Erdmagnetismen:

$$L^2 : l^2 = m : M$$
$$L^2 : l^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$
$$L^2 : l^2 = c_0^2 : C_0^2$$
$$l^3 : L^3 = t^2 : T^2$$
$$\sqrt[3]{T^4} : \sqrt[3]{t^4} = c_0^2 : C_0^2$$

Functionen der Attractionen:

$$l^2 : L^2 = g : G$$
$$L^2 : l^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$
$$L^2 : l^2 = c_0 : C_0$$
$$l : L = t^2 : T^2$$
$$t^4 : T^4 = g : G$$
$$T^4 : t^4 = c_0 : C_0$$

Bei allen magnetischen Functionen, wo die Form des Ausdrucks $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}$ vorkommt, hat man vorzüglich darauf zu sehen, dafs hier nicht die Volumen selbst, sondern die Anzahl ihrer Einheiten mit einander verglichen wird, und weil hier V eine Function von $\frac{1}{\mathfrak{V}}$ ist, so wird die Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}$ desto kleiner, je gröfser V wird und je mehr der Magnetismus mit der Masse wächst. P. 94, 95 wurde folgend bewiesen. Wenn bei zwei Magnetstäben von 8,0632 Loth und 4,0366 Loth Gewicht bei gleicher Länge die magnetischen und die Massen-Momente im Gleichgewicht sind, so hat der schwerere Magnetstab eine Schwingungsdauer von

8,175 Secunden

wovon der log	0,91250

ist und die Schwingsdauer des halb so schweren Stabes beträgt

10,36 Secunden

wovon der log ist	1,01283
der log der Volumen von 8,0632 Loth oder von V ist	3,19662
der log von $\frac{1}{\mathfrak{V}}$ ist	3,36030
log von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}$	6,55692
der log des Volumens von 4,0366 Loth oder von v ist	2,89559
der log von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$ ist	4,26339
log von $\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$	7,15898

es verhält sich daher

$$T : t = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$
$$T : t = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

hier verhält sich die Schwingungsdauer umgekehrt als wie die Cubikwurzel aus dem Volumen der Magnete und umgekehrt wie die neunte Wurzel aus den Volumeneinheiten von $\frac{1}{\mathfrak{v}}$. Vergleichen wir jedoch die Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}$ und $\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$, welche beide Magnete enthalten, so zeigt sich, dafs bei dem gröfseren Volumen die Anzahl derselben in dem Verhältnifs geringer ist, als das Quadrat der Volumen gröfser ist; es hat daher eine geringere Anzahl dieser Volumeneinheiten bei einem gröfseren Volumen eine kürzere Schwingungsdauer, als eine gröfsere Anzahl derselben bei einem kleineren Volumen, folglich verhält sich

$$t : T = \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[6]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

und es verhält sich die Schwingungsdauer directe wie die sechste Wurzel aus der Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$. Man erhält daher hier aus dem directen Verhältnifs der Functionen der Zeiten, das Verhältnifs der Magnetismen.

Bei Magnetstäben von gleichem Volumen und gleicher Länge, aber von verschiedenem Tragverhältnifs verhält sich

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{v}}} : \frac{1}{\sqrt[3]{\mathfrak{V}}}$$

$$\sqrt{T^3} : \sqrt{t^3} = n : N$$

bei diesen Magnetstäben verhält sich aber die Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{V}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$ umgekehrt als wie die Cubi ihrer Magnetismen, folglich verhält sich

$$\sqrt{t^3} : \sqrt{T^3} = \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

$$\sqrt{t^3} : \sqrt{T^3} = N : N$$

$$N : n = \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{V}}}} : \sqrt[3]{\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}}$$

und die Functionen der Zeit stehen hier im directen Verhältnifs zu der Cubikwurzel aus der Anzahl der Volumeneinheiten von $\frac{v}{\frac{1}{\mathfrak{v}}}$.

Aus den angegebenen Functionen lassen sich nun wieder noch viele andere ableiten.

Die früher angeführten Versuche geben deutlich zu erkennen, warum in den Höhen, zu welchen man bisher gelangt ist, keine Abnahme von der magnetischen Kraft der Erde hat wahrgenommen werden können. Nimmt man einen Magnetstab von 48 Fufs Länge, der 500 Pfund wiegt, und der eben so stark magnetisch ist, als wie der Cubus von 42,73 Loth bei dem Tragvermögen von 11,10 Pfund, so hat derselbe ohngefähr das

1,417fache Tragverhältnifs

und ein Tragvermögen von

708 Pfund.

Wird nun dieser Magnetstab in eine Kugel verwandelt, so hat dieselbe ohngefähr einen Fufs im Durchmesser; überzieht man dieselbe mit Papier, so äufsert sie an ihren Polen kein Tragvermögen, ob nun von derselben eine Magnetnadel $^1/_{10}$ Linie weiter oder näher entfernt ist, kann aus ihrer Schwingungsdauer nicht wahrgenommen werden, und dieses Verhältnifs der Entfernung zum Halbmesser der Kugel ist ohngefähr dasjenige zum Halbmesser unserer Erdkugel, wenn man in einer Höhe von einer deutschen Meile ist.

Bei dem Erdmagnetismus ist noch die gröfsere Masse, die er mit gleicher Geschwindigkeit bewegt, in Betrachtung zu ziehen. Nimmt bei der Masse, die ein Magnetstab bei dem Gleichgewicht der Momente hat, die Gröfse des Erdmagnetismus im Verhältnifs von 2 zu, so bewegt er nicht allein diese, sondern auch eine doppelt so grofse Masse mit der Geschwindigkeit, die im Verhältnifs von $\sqrt[3]{2}$ gröfser ist; hat aber der Magnetstab hinreichende Masse, und er nimmt im Verhältnifs von 2 zu, so bewegt er den Magnetstab mit einer Geschwindigkeit, die im Verhältnifs von $\sqrt[3]{2^2}$ gröfser ist. In beiden Fällen steht weder die Geschwindigkeit, noch das Quadrat der Geschwindigkeit in demjenigen Verhältnifs zu den magnetischen Kräften, als es aus den Gesetzen der Mechanik folgt.

Weil sich aus dem Gesetz des Magnetismus ergiebt, dafs bei dem Tragvermögen

8 vereinigte Magnete die Wirkung von 4 einzelnen Magneten
27 „ „ „ „ „ 9 „ „
1000 „ „ „ „ „ 100 „ „

haben, so wurde daraus der widersinnige Schlufs gezogen, als würde dadurch gesagt, dafs bei dem Magnetismus

$$8 \times 1 = 4$$
$$27 \times 1 = 9$$
$$1000 \times 1 = 100$$

wäre, allein dieses drückt nur das Verhältnifs aus, wornach die magnetischen und die mechanischen Kräfte in die Masse wirken. Hat das Volumen einer magnetischen Masse m Massentheile, so kommt jedem einzelnen Massentheil die magnetische Kraft

$$\frac{1}{\sqrt[3]{m^2}}$$

zu; allein die magnetischen und die mechanischen Kräfte sind unter sich unvergleichbare Gröfsen, und bleiben es in jeder Masseneinheit, und die Volumeneinheiten vom Tragverhältnifs = 1 und von der Geschwindigkeit = 1 sind blos die Einheiten, wodurch die Wirkungen, die im Verhältnifs von

$$\sqrt[3]{V^2} \text{ zu } V$$

stehen, bestimmt werden. Es lassen sich die magnetischen Functionen aus den Functionen in der Mechanik gar nicht begreifen, oder aus denselben beweisen, dieselben sind unmittelbar durch das Gesetz des Magnetismus gegeben.

Bisher wurde der Grund aller Erscheinungen aus dem allgemeinen Begriff von dem Gesetz der mechanischen Kraft abgeleitet, und wenn sie mit demselben nicht in Uebereinstimmung zu bringen waren, so mufste sich die Natur nach den Formeln richten, aber aus dem Gesetz, wornach die Wirkungen des Magnetismus erfolgen, ergiebt sich, dafs nicht alle Kräfte nach mechanischen Gesetzen wirken.

Die Versuche haben uns gezeigt, dafs Electrizität, Wärme und Licht in einer genauen Verbindung mit dem Magnetismus stehen; wir sind aber noch nicht im Stande gewesen, die Resultate der Versuche, die sich seit zwölf Jahren darüber aufgehäuft haben, so zu ordnen, dafs sie ein zusammenhängendes Ganzes bildeten. Ueber den Einflufs der Temperatur-Differenz auf die Schwingungsdauer konnten wir die erforderlichen genauen Beobachtungen nicht anstellen, welche uns die gewünschten Aufschlüsse darüber hätten geben können; sie sind jedoch für die Lehre des Magnetismus von der gröfsten Wichtigkeit, weil der Magnetismus in einem genauen Zusammenhang mit der Molecularbeschaffenheit seiner Masse steht. Wird ein Stahlstab, der glashart gehärtet ist, nur der Siedhitze des Wassers ausgesetzt, so verliert er etwas von seiner Sprödigkeit, und es folgt daraus von selbst, dafs, wenn ein solcher Stab vorher gehärtet ist, und er der Hitze des siedenden Wassers, oder gar des siedenden Oeles ausgesetzt wird, dadurch auch sein Magnetismus und seine Schwingungsdauer geändert wird. Ein Magnetstab kann aber einer

Temperatur - Differenz von — 20° bis + 30° Réaumur ausgesetzt sein, und in derselben durchläuft der Stahl verschiedene Zustände; es ist daher von Wichtigkeit zu wissen, in welcher Verbindung der Magnetismus zu diesen Temperatur-Verhältnissen steht, ob sie einen bleibenden Einflufs auf die Schwingungsdauer, oder nur einen vorübergehenden, der von der Wärme Differenz abhängt, ausüben. Dieser kann nicht anders als durch Beobachtungen mit grofsen Magnetstäben von unveränderlichem Magnetismus entschieden werden.

Wir haben eine sehr bemerkbare Schwächung des Magnetismus durch die Differenz der Lufttemperatur so wohl bei dem Tragvermögen als der Schwingungsdauer der Magnete nicht wahrgenommen. Wie es aber mit sehr kleinen Unterschieden beschaffen ist, darüber mangeln uns die gehörigen Aufschlüsse. Wenn aber die Magnetstäbe keinen permanenten Magnetismus besitzen, und ihre Schwingungsdauer so merkbar, wie wir angeführt finden, mit der Zeit zunimmt, so kann dieses nur von einer fehlerhaften Magnetisirung oder von einem ungeeigneten Materiale herrühren.

Der genaue Zusammenhang, in welchem der Magnetismus mit der Moleculartätigkeit der Masse steht, bringt denselben in eine enge Verbindung zu dem chemischen Verhalten der Körper, denn die Aeufserungen der Polarität des Magnetismus nehmen zu oder ab, oder verschwinden, je nach der chemischen Verbindung derselben, so dafs durch ein weiteres Forschen über das Prinzip des Magnetismus sich in der Zukunft wichtige Aufschlüsse für die Chemie erwarten lassen.



